Alternative Interpretationen der Quantentheorie

Oliver Passon
Bergische Universität Wuppertal
Physik und ihre Didaktik

Warum gibt es alternative Interpretationen?

Welche alternativen Interpretationen gibt es?

Was folgt daraus allgemein?

Erinnerung an die QM Vorlesung

(i) Der Zustand eines System wird durch die Wellenfunktion $\boldsymbol{\psi}(\mathrm{x})$ bzw. $|\boldsymbol{\psi}\rangle$ beschrieben ($\boldsymbol{\psi}(\mathrm{x})=\langle \mathrm{x}|\boldsymbol{\psi}\rangle$). Sie ist eine Lösung der Schrödingergleichung:

$$\frac{ih}{2\pi}\frac{\partial\boldsymbol{\psi}}{\partial t} = \mathcal{H}\cdot\ \boldsymbol{\psi}$$

Zeitentwicklung: $\boldsymbol{\psi}(t) = \boldsymbol{\psi}_0 \cdot\ e^{-\frac{i2\pi}{h}\mathcal{H}t}$ (unitär ($U^{-1} = U^{\dagger}$))

(ii) Dynamische Größen werden durch hermitesche Operatoren dargestellt: $\mathcal{A}, \mathcal{B}$, ...
Deren (reelle) Eigenwerte entsprechen möglichen Messwerten

Sei $\{|n\rangle\}$ eine ON Basis von Eigenvektoren von $\mathcal{A}$, dann kann jeder Zustand danach entwickelt werden: $\boldsymbol{\psi} = \sum c_n |n\rangle$ mit: $\mathcal{A}\cdot|n\rangle = n\cdot|n\rangle$

(iii) Born (1926): Die Wahrscheinlichkeit bei $\mathcal{A}$-*Messung* den Messwert n zu erhalten beträgt $|c_n|^2$ (→ Erwartungswert und Streuung)

Im allg. gilt $\mathcal{A}\mathcal{B} \neq \mathcal{B}\mathcal{A}$, *d.h.* $\mathcal{A}\mathcal{B}-\mathcal{B}\mathcal{A} = [\mathcal{A},\mathcal{B}] \neq 0$ (gemeinsame Messung unmöglich)

Heisenberg (1927) $\Delta\mathcal{A}\cdot\Delta\mathcal{B} \geqslant \frac{1}{2}|\langle\boldsymbol{\psi}|[\mathcal{A},\mathcal{B}]|\boldsymbol{\psi}\rangle|$ z. Bsp. $\boldsymbol{\Delta x}\cdot\boldsymbol{\Delta p} \geqslant \frac{\boldsymbol{h}}{\boldsymbol{4\pi}}$

Born (1926): Die Wahrscheinlichkeit bei $\mathcal{A}$-*Messung* den Messwert n zu erhalten beträgt $|c_n|^2$

Die Wahrscheinlichkeit ein Teilchen zu messen breitet sich wie eine Welle aus.

Frage: Kann die Rolle der „Messung“ genauer verstanden werden?

Was sagen die weisen Männer..?



Jede Ortsbestimmung reduziert also das Wellenpaket wieder auf seine ursprüngliche Größe λ.

Heisenberg (1927) S. 186

Nach der Quantentheorie kommt eben wegen der nicht zu vernachlässigenden Wechselwirkung mit dem Meßmittel bei jeder Beobachtung ein ganz neues unkontrollierbares Element hinzu.

Bohr (1928), Como Vortrag, S. 250

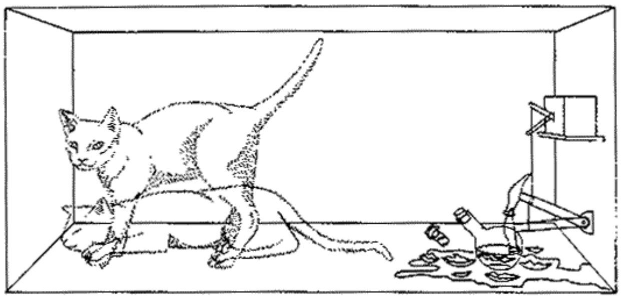
that a measurement always causes the system to jump into an eigen-state of the dynamical variable that is being measured, [...]"

Dirac (1948) „The principles of Quantum Mechanics", S. 36 § 10

Die Kritik von Schrödinger und Einstein

29. November 1935

Die gegenwärtige Situation in der Quantenmechanik.
Von E. Schrödinger, Oxford.



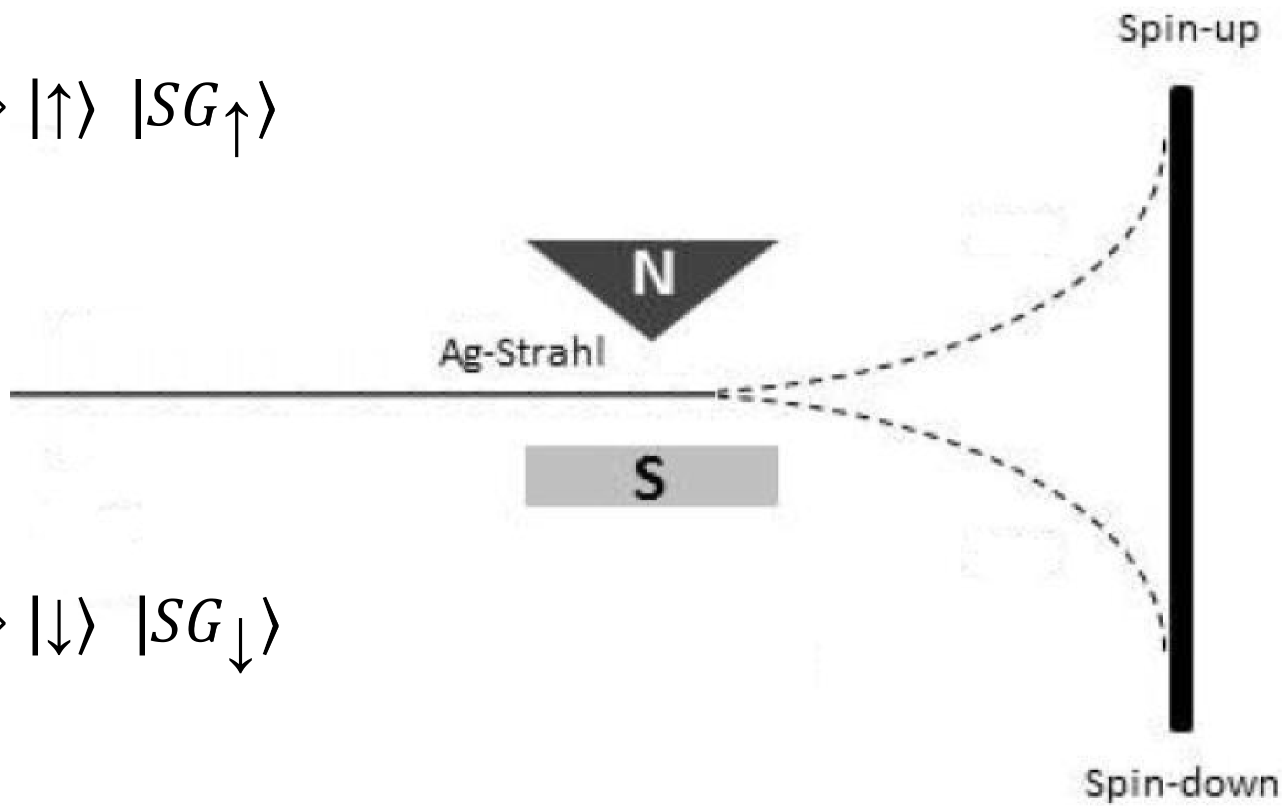
Das Typische an diesen Fällen ist, daß eine ursprünglich auf den Atombereich beschränkte Unbestimmtheit sich in grobsinnliche Unbestimmtheit umsetzt, die sich dann durch direkte Beobachtung *entscheiden* läßt. Das hindert uns, in so naiver Weise ein „verwaschenes Modell" als Abbild der Wirklichkeit gelten zu lassen. An sich enthielte es nichts Unklares oder Widerspruchsvolles. Es ist ein Unterschied zwischen einer verwackelten oder unscharf eingestellten Photographie und einer Aufnahme von Wolken und Nebelschwaden.

(Fortsetzung folgt.)

Man kommt zu sehr unplausiblen theoretischen Auffassungen, wenn man die These aufrechtzuhalten versucht, die statistische Quantentheorie leiste im Prinzip die vollständige Beschreibung eines individuellen physikalischen Systems. Dagegen verschwinden jene Schwierigkeiten der theoretischen Auffassung, wenn man die quantenmechanische Beschreibung als die Beschreibung von Systemgesamtheiten betrachtet.

Einstein (1949)

$$|\uparrow\rangle\, |SG_0\rangle \rightarrow |\uparrow\rangle\ |SG_\uparrow\rangle$$



$$|\downarrow\rangle\, |SG_0\rangle \rightarrow |\downarrow\rangle\ |SG_\downarrow\rangle$$

$\frac{1}{\sqrt{2}}\,(|\downarrow\rangle + |\uparrow\rangle)\, |SG_0\rangle \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(|\downarrow\rangle|SG_\downarrow\rangle + |\uparrow\rangle|SG_\uparrow\rangle) \rightarrow |SG_\downarrow\rangle$ oder $|SG_\uparrow\rangle$

Messproblem: Am Ende der Zeitentwicklung steht kein Eigenzustand des Messgerätes. Wie wird aus einem „und" ein „oder"?

Formulierung des Messproblems nach Tim Maudlin (1995)

Folgende drei Aussagen sind für sich genommen plausibel:

(voll)	Die Wellenfunktion ist eine vollständige Beschreibung individueller Zustände
(schrö)	Die Zeitentwicklung ist (immer) durch die Schrödinger-Gleichung gegeben
(ein)	Messungen haben ein eindeutiges Ergebnis

Je zwei der Aussagen führen zur Negation der Dritten! („Maudlin Trilemma“)

Maudlin, Tim (1995). Three measurement problems. *Topoi* 14(1), 7.

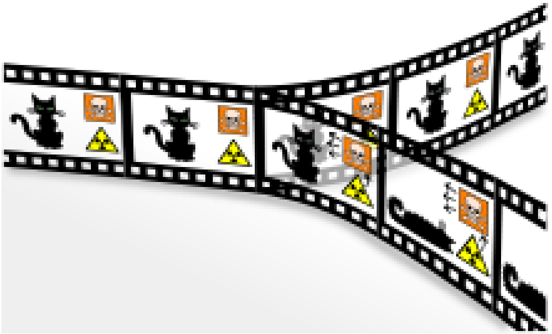
Klassifikation einiger Interpretationen der QM mit Hilfe des Maudlin-Trilemmas

(voll)+(schrö)→ ┐(ein)	**Viele Welten**, viele Geister („many minds")...
(voll)+(ein)→ ┐(schrö)	Es gibt einen „Kollaps" der Wellenfunktion, entweder ad hoc (von Neumann 1932, „Kopenhagen"?) oder durch eine Modifikation der Schrödingergleichung (**GRW** 1986)
(ein)+(schrö)→ ┐(voll)	Die Wellenfunktion beschreibt nur Ensemble oder es gibt „verborgene Variablen" (**de Broglie-Bohm**) bzw. die Umgebung muss klassisch beschrieben werden („Kopenhagen"?)

Alternative Deutungen I
Viele-Welten Deutung der QM („Everett Interpretation“)
(voll)+(schrö)→ ┐(ein)

Grundidee:

Die Beschreibung durch die Wellenfunktion ist vollständig. Der Anschein der eindeutigen Messergebnisse entsteht nur dadurch, dass wir selber der Aufspaltung der Wellenfunktion ebenfalls unterworfen sind!

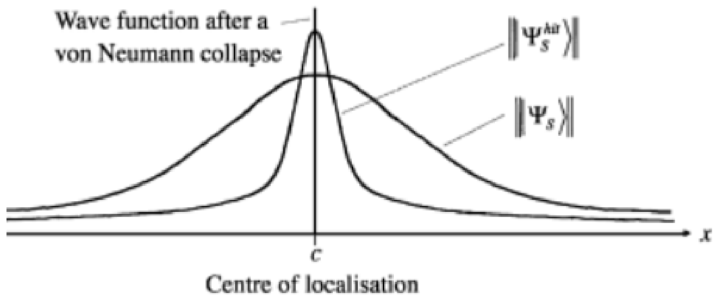


„And this, in a nutshell, is what the Everett interpretation claims about macroscopic quantum superpositions: they are just states of the world in which more than one macroscopically definite thing is happening at once. Macroscopic superpositions do not describe indefiniteness, they describe multiplicity.“ (Wallace, 2010, 5)

Alternative Deutungen II
Spontane Kollaps Theorie (GRW)
(voll)+(ein)→ ┐(schrö)

Grundidee:

Die Beschreibung durch die Wellenfunktion ist vollständig, allerdings gilt die Schrödingergleichung nicht exakt! Sie muss durch nicht-lineare Terme ergänzt werden, der den Kollaps beschreiben.

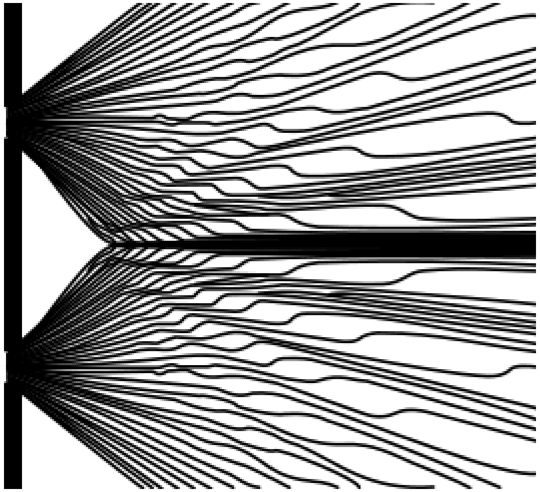


$$\mathrm{d}\Psi = \underbrace{-\mathrm{i}H\,\mathrm{d}t\,\Psi}_{\text{„normale Schrödingergleichung“}} + \underbrace{\sum (q_n - \langle q_n \rangle)\,\mathrm{d}\xi_n\,\Psi - \frac{\gamma}{2}\sum (q_n - \langle q_n \rangle)^2\,\mathrm{d}t\,\Psi}_{\text{„stochastische Differentialgleichung“}}$$

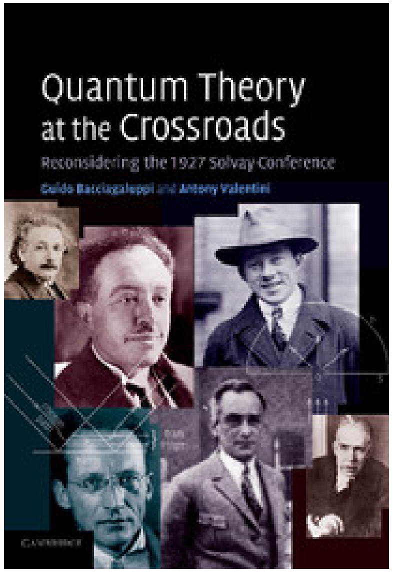
Alternative Deutungen III
Die de Broglie-Bohm-Theorie (dBB)
(ein)+(schrö)→ ┐(voll)

Grundidee:

Die Beschreibung durch die Wellenfunktion ist nicht vollständig! Sie muss stattdessen durch die Ortskoordinaten der Quantenobjekte ergänzt werden.



5. Solvay Konferenz (Brüssel 1927)



Quantum Theory at the Crossroads

Reconsidering the 1927 Solvay Conference

Guido Bacciagaluppi und Antony Valentini, CUP, 2013

25 Jahre später:

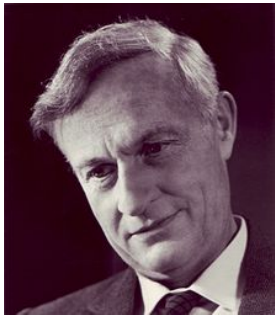
PHYSICAL REVIEW VOLUME 85, NUMBER 2 JANUARY 15, 1952

A Suggested Interpretation of the Quantum Theory in Terms of "Hidden" Variables. I

DAVID BOHM*
Palmer Physical Laboratory, Princeton University, Princeton, New Jersey
(Received July 5, 1951)

The usual interpretation of the quantum theory is self-consistent, but it involves an assumption that cannot be tested experimentally, *viz.*, that the most complete possible specification of an individual system is in terms of a wave function that determines only probable results of actual measurement processes. The only way of investigating the truth of this assumption is by trying to find some other interpretation of the quantum theory in terms of at present "hidden" variables, which in principle determine the precise behavior of an individual system, but which are in practice averaged over in measurements of the types that can now be carried out. In this paper and in a subsequent paper, an interpretation of the quantum theory in terms of just such "hidden" variables is suggested. It is shown that as long as the mathematical theory retains its present general form, this suggested interpretation leads to precisely the same results for all physical processes as does the usual interpretation. Nevertheless, the suggested interpretation provides a broader conceptual framework than the usual interpretation, because it makes possible a precise and continuous description of all processes, even at the quantum level. This broader conceptual framework allows more general mathematical formulations of the theory than those allowed by the usual interpretation. Now, the usual mathematical formulation seems to lead to insoluble difficulties when it is extrapolated into the domain of distances of the order of 10^{-13} cm or less. It is therefore entirely possible that the interpretation suggested here may be needed for the resolution of these difficulties. In any case, the mere possibility of such an interpretation proves that it is not necessary for us to give up a precise, rational, and objective description of individual systems at a quantum level of accuracy.

Pauli an Fierz 6. 1. 1952



Ich kann nun Destouches' Bericht noch ergänzen durch Erzählungen über Herrn D. *Bohm* (zur Zeit in Sao Paulo, Brasilien).[3] Dieser schreibt mir Briefe wie ein Sektenpfaff, um mich zu *bekehren* – und zwar zur alten, von ihm aufgewärmten „théorie de l'onde pilote" von de Broglie (1926/27). Ich habe Bohm zwar vorgeschlagen, unsere Korrespondenz vorläufig abzubrechen, bis er neue Resultate zu berichten habe;[4] das hat aber nichts geholfen, es kommen weiter fast täglich Briefe von ihm, oft mit Strafporto (er hat offenbar einen unbewußten Wunsch, mich zu bestrafen).[5]

Mathematische Formulierung

Statt durch die Wellenfunktion alleine beschreibt die dBB ein N-Teilchen System durch das Paar aus Wellenfunktion und Ortskoordinaten der tatsächlichen Teilchen!

$$(\psi, Q(t))\ (\text{mit}\ Q(t) = (Q_1(t), \cdots, Q_N(t))$$

mit: $Q_i : t \to \mathbb{R}^3$

also $Q(t) \in \mathbb{R}^{3N}$, dem sog. Konfigurationsraum

Mathematische Formulierung II

Die Teilchendynamik wird durch eine „Bewegungsgleichung" beschrieben:

$$\boxed{\frac{dQ}{dt} = \frac{\nabla S}{m}}$$

„Führungsgleichung"

Dabei ist *S* die Phase der Wellenfunktion in der Polardarstellung: $\psi = Re^{\frac{i}{\hbar}S}$

Bildlich gesprochen führt die Wellenfunktion also die Teilchenbewegung

Motivation der Führungsgleichung

Zusammenhang zwischen Strom, Dichte und Geschwindigkeit:

$$j = v \cdot \rho$$

In der QM gilt:

$$\boxed{\begin{aligned} \rho &= |\psi|^2 \\ j &= \frac{\hbar}{2mi}\left[\psi^*(\nabla\psi) - (\nabla\psi^*)\psi\right] \end{aligned}}$$

Daraus folgt:

$$\boxed{\frac{\partial\rho}{\partial t} + \nabla j = 0}$$

Einsetzen (und Polardarstellung für $\boldsymbol{\psi}$) führen auf:

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= \frac{j}{\rho} \\ &= \frac{\nabla S}{m} \end{aligned}$$

1. Die **Schrödingergleichung:** $i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial t} = -\left(\frac{\hbar^2}{2m}\right)\nabla^2\psi + V(\mathbf{r})\psi$
2. Die **Führungsgleichung:** $\frac{dQ}{dt} = \frac{\nabla S}{m}$
3. Die **Quantengleichgewichtshypothese:** Die Ortsverteilung ρ von Zuständen mit der Wellenfunktion ψ ist durch die Wahrscheinlichkeitsdichte $\rho = |\psi|^2$ gegeben.

Die Kontinuitätsgleichung $\boxed{\frac{\partial\rho}{\partial t} + \nabla j = 0}$ stellt sicher, dass ein einmal quantengleichgewichtsverteiltes System diese Eigenschaft behält. Dadurch kann die dBB Theorie alle Vorhersagen der QM reproduzieren. Ihre Wahrscheinlichkeitsaussagen haben jedoch den selben Status wie in der statistischen Mechanik.

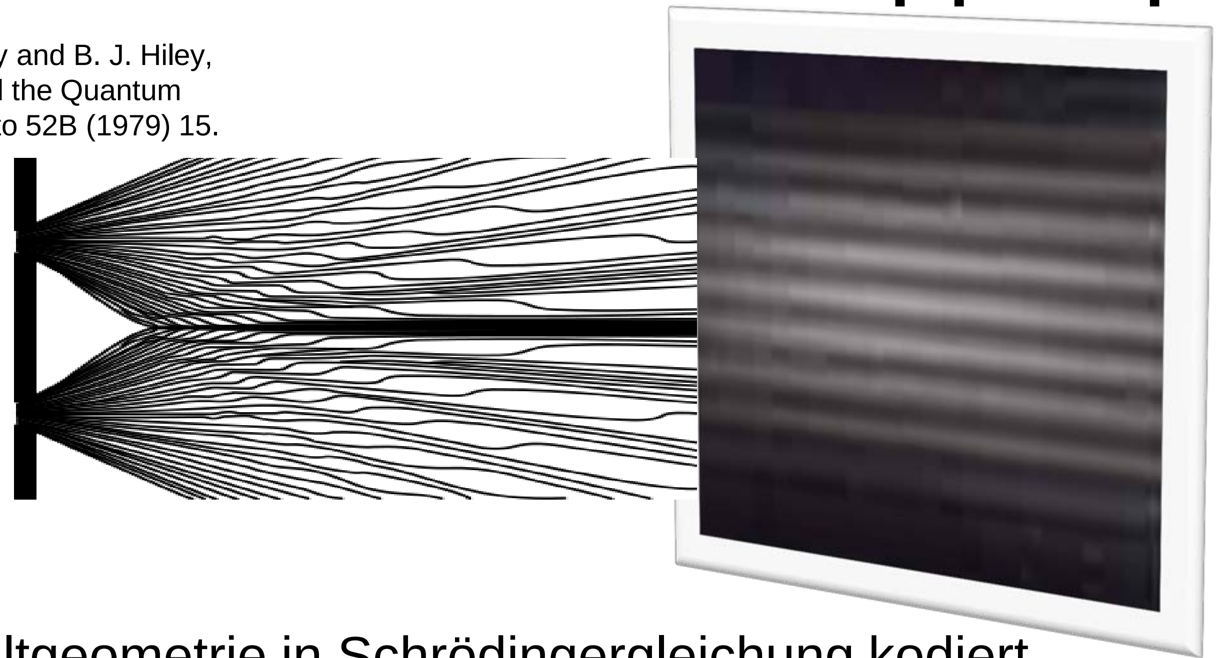
Es gilt: die Präparation von Zuständen kann die Quantengleichgewichts-hypothese nicht verletzen. Z. Bsp. gilt die Unschärferelation in der dBB Theorie genauso wie in der QM.

Die Begründung der Quantengleichgewichtshypothese ist ein subtiler Punkt (ähnlich der Begründung von Gleichgewichtsverteilungen in der statistischen Physik). Siehe hierzu:

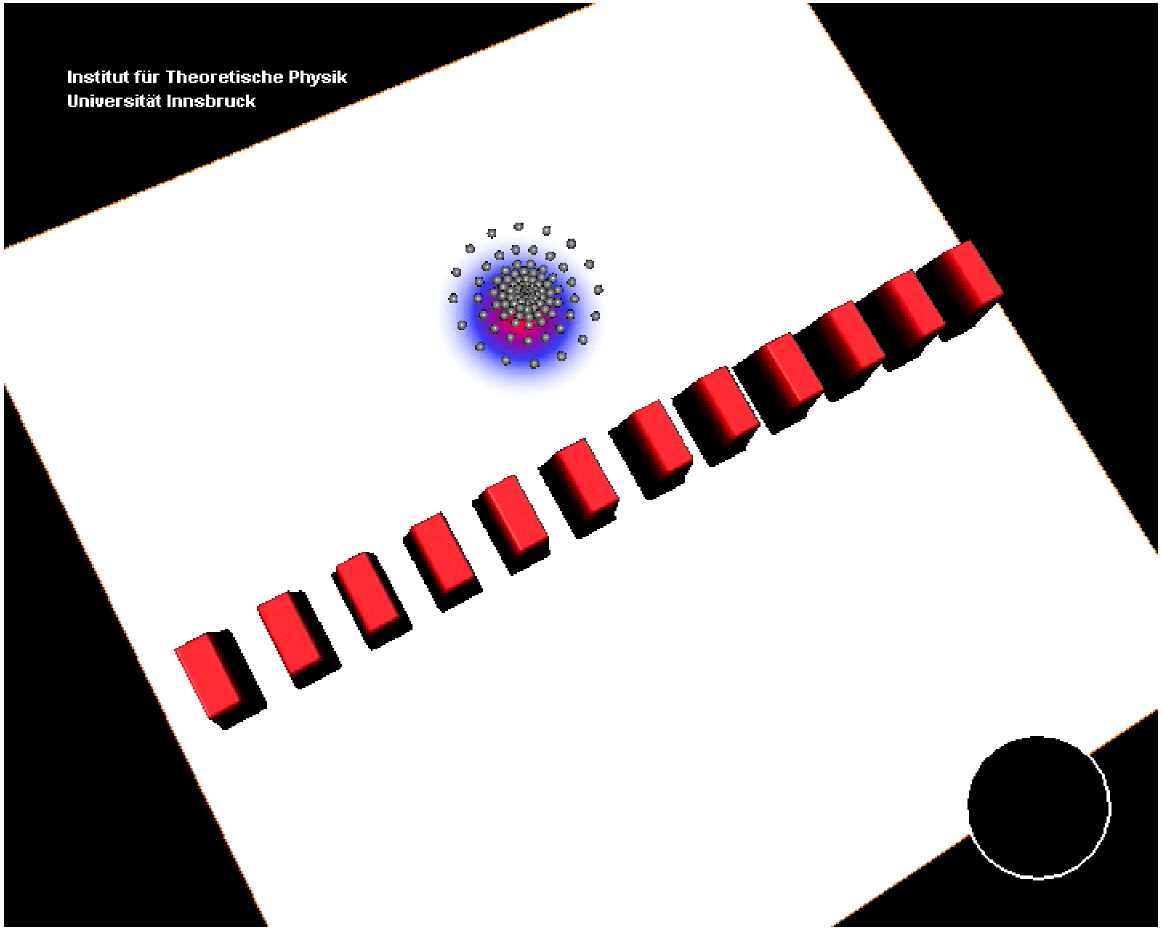
Quantum Equilibrium and the Origin of Absolute Uncertainty D. Dürr, S. Goldstein, and N. Zanghì Journal of Statistical Physics 67, 843-907 (1992), quant-ph/0308039.

Bohmsche Bahnen am Doppelspalt

C. Philippidis, C. Dewdney and B. J. Hiley, Quantum Interference and the Quantum Potential, Il Nuovo Cimento 52B (1979) 15.

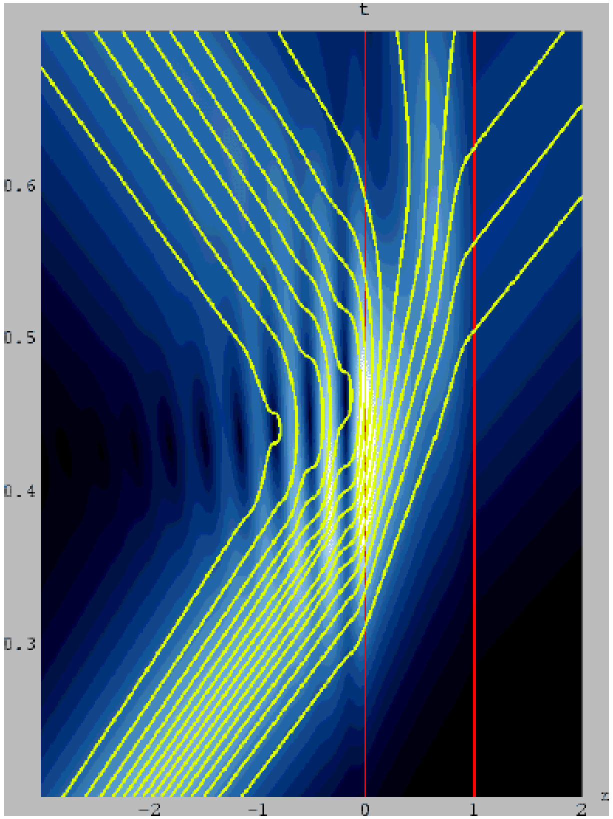


- Doppelstaltgeometrie in Schrödingergleichung kodiert
- Schrödingergleichung gelöst
- Führungsgleichung mit $|\psi|^2$ verteilten Anfangsorten gelöst
- ➢ Jedes Elektron geht durch einen Spalt – die Wellenfunktion interferiert an beiden
- ➢ Die Bahnen verlaufen vollkommen unklassisch…



Dank an Sabine Kreidl, Uni Innsbruck

Bohmsche Bahnen beim Tunneleffekt

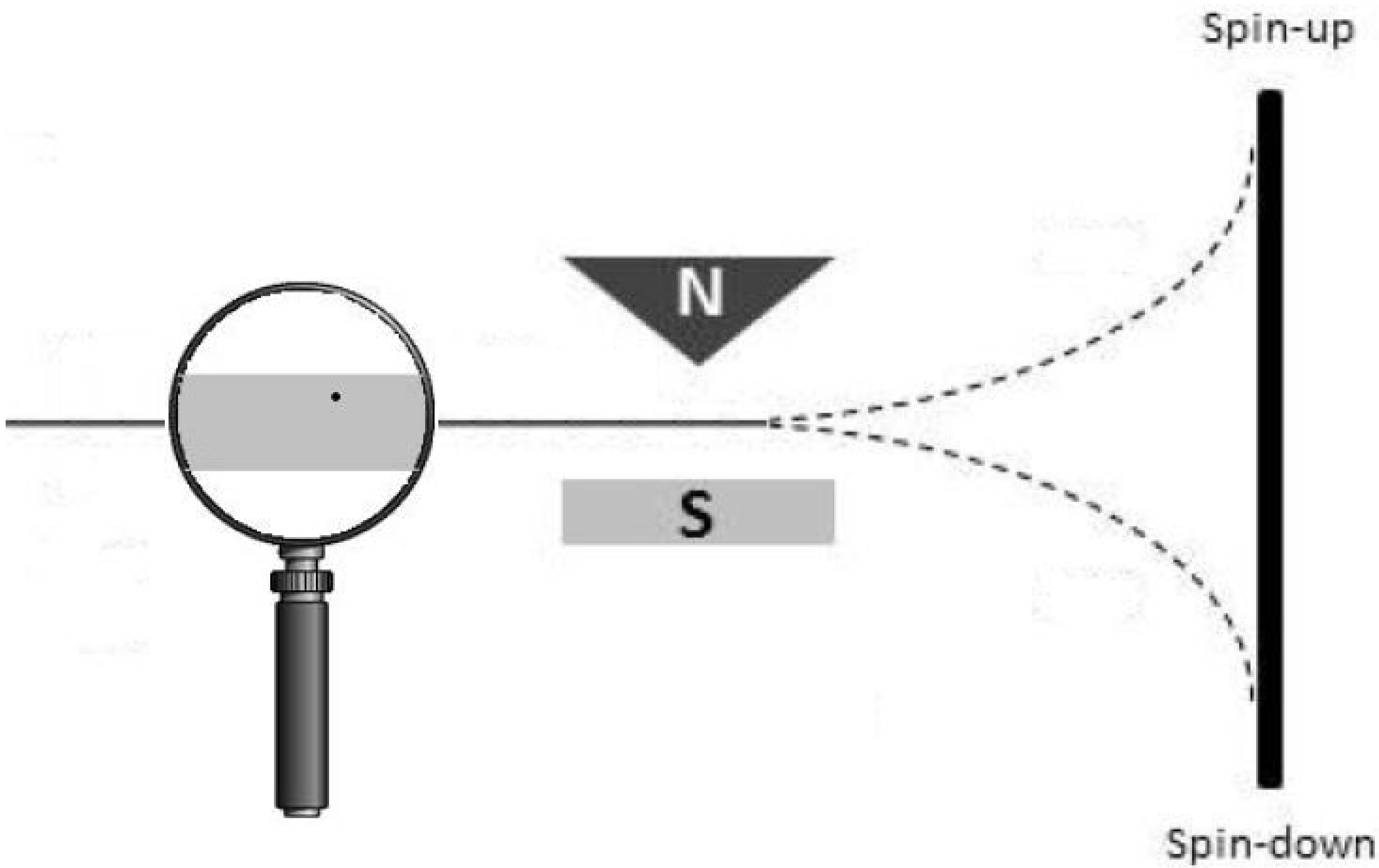


Zeit →

Ort →

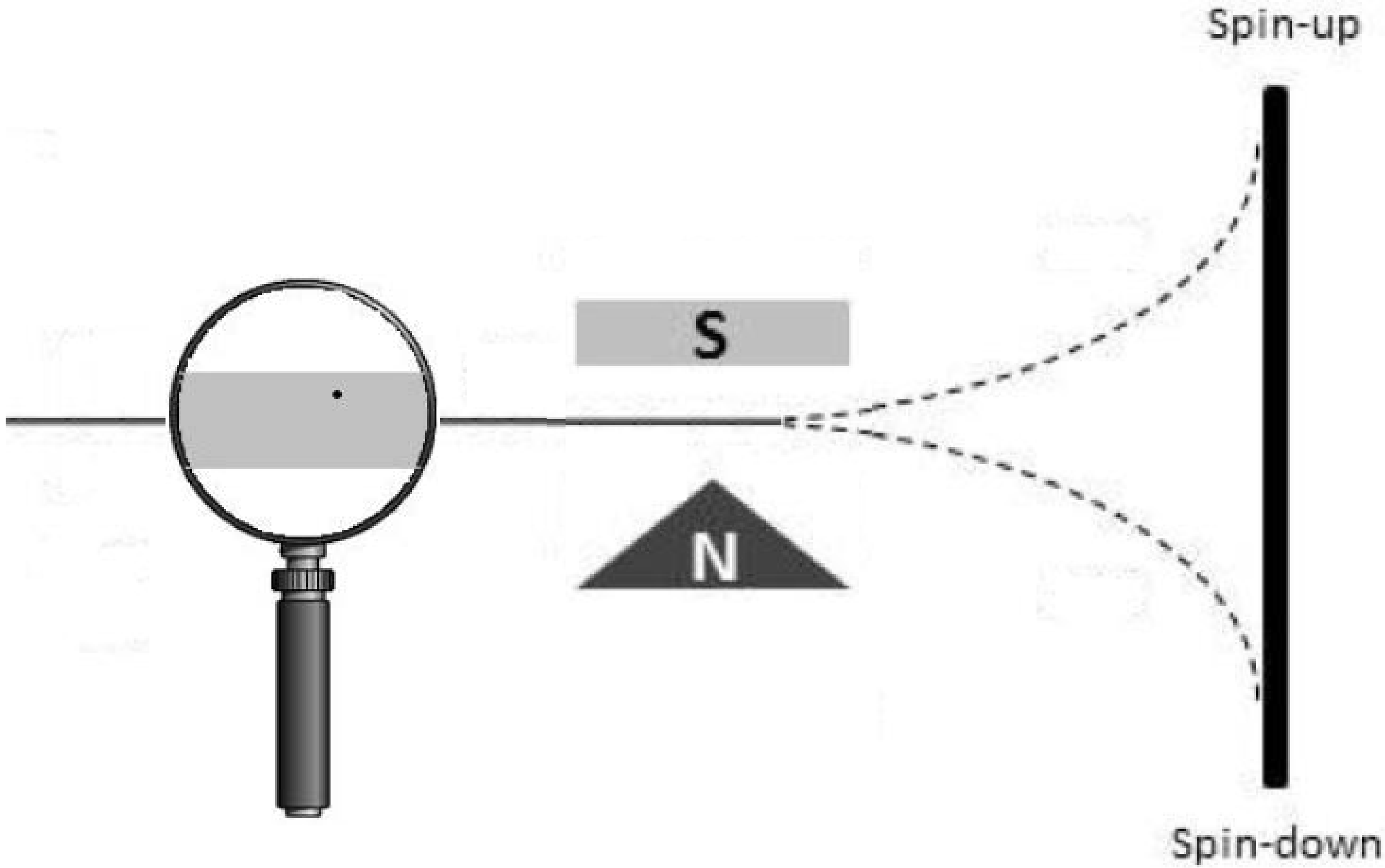
- Da die Führungsgleichung 1. Ordnung ist verlaufen die Trajektorien (im Konfigurationsraum) überschneidungsfrei
- Im 1-dim Fall sind Konfigurationsraum und Ortsraum identisch
- ➢ Die vorderen Bahnen durchdringen die Barriere…

Die Lösung des Messproblems



Messproblem: Am Ende der Zeitentwicklung steht kein Eigenzustand des Messgerätes. Wie wird aus einem „und“ ein „oder“?

Die Lösung des Messproblems II
(Überraschung)



Messproblem: Am Ende der Zeitentwicklung steht kein Eigenzustand des Messgerätes. Wie wird aus einem „und“ ein „oder“?

Die Lösung des Messproblems

Man beachte:

Der Anfangsort entscheidet über den Ausgang einer Spinmessung!

Das gleiche gilt auch für andere „Observable“ (Energie, Impuls, …). Es werden für diese Größen keine zusätzlichen Parameter eingeführt.

Das „bohmsche Teilchen“ hat außer dem Ort gar keine Eigenschaft.

Stichwort: „Kontextualisierung“ der Observablen

BERGISCHE UNIVERSITÄT WUPPERTAL

Eigenschaften/Probleme der dBB Theorie

- Der Teilchenort zeichnet einen „Zweig“ der Wellenfunktion aus. Was ist mit den anderen?
- Die Führungsgleichung ist nicht eindeutig bestimmt.
- Die Führungsgleichung verknüpft die Bewegung der Teilchen mit den Koordinaten aller anderen Teilchen!
- Daraus werden Zweifel an der relativistischen Verallgemeinungsfähigkeit abgeleitet
- …

Wissenschaftstheoretische Anmerkungen (statt einer Zusammenfassung)

- Das Messproblem entsteht erst für den „wissenschaftlichen Realisten“
- Gleichzeitig unterminiert es den „*common sense* Realismus“ (den der wissenschaftliche Realist eigentlich voraussetzt…)
- Aus dem Messproblem entstehen zahlreiche Interpretationen bzw. Varianten der QM
- Diese stützen die Quine These von der „Theorienunterbestimmtheit“
- Theorienunterbestimmtheit ist aber ein starkes Argument gegen den wissenschaftlichen Realismus!

ENDE

Dekohärenz und das Messproblem

$$\rho = \begin{pmatrix} \rho_{11} & \rho_{12} & \cdots \\ \rho_{21} & \ddots & \vdots \\ \cdots & \rho_{nn-1} & \rho_{nn} \end{pmatrix} \rightarrow \rho' = \begin{pmatrix} \rho_{11} & \approx 0 & \cdots \\ \approx 0 & \ddots & \vdots \\ \cdots & \approx 0 & \rho_{nn} \end{pmatrix}$$

Aus der kohärenten Überlagerung wird eine nicht-kohärente Überlagerung, d.h. die nicht-diagonalen Interferenzterme sind eliminiert.

Das Auftreten eines definiten Messergebnisses wird aber immer noch nicht erklärt.

Anmerkung: Einige Autoren der "Dekohärenz-Bibel" (Joos, Kiefer, et.al) sind Anhänger der viele-Welten Interpretation...

siehe auch: S. Adler, "Why decoherence has not solved the measurement problem", Stud.Hist.Phil.Mod.Phys. 34 (2003) 135.

Bohmsche Trajektorien beim Wasserstoff

$$V(\mathbf{r}) = -\frac{e_0^2 Z}{|\mathbf{r}|}$$

$$\psi_{n,l,m} = R_{nl}(r) Y_{lm}(\vartheta, \varphi) e^{-\frac{i}{\hbar} tE} \qquad (7.6)$$

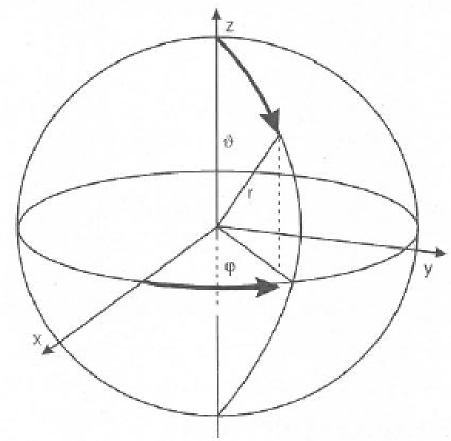
$n = 1, 2, 3, \ldots$ ist die sog. Hauptquantenzahl, $l = 0, 1, \ldots, n-1$ die Drehimpulsquantenzahl und $-l < m < l$ die »magnetische« Quantenzahl. Für die Kugelflächenfunktionen gilt $Y_{lm}(\vartheta, \varphi) = f_{lm}(\vartheta) e^{im\varphi}$, mit reellen Funktionen f_{lm},

Es gilt:

$$E_n = -\frac{m_e Z^2 e_0^4}{2\hbar^2 n^2}$$

Ein stationärer Zustand mit Energie E hat die Form:

$$\psi = R_{nl}(r) f_{lm}(\vartheta) e^{i(m\varphi - Et/\hbar)}$$



$\rightarrow$Teilchen ruht im Grundzustand mit $|\psi_{100}|^2$- verteiltem Ort.

Das Quantenpotential

Die Phase der Wellenfunktion S erfüllt eine “Hamilton-Jacobi-artige” Gleichung:

$$-\frac{\partial S}{\partial t} = \frac{(\nabla S)^2}{2m} + V \underbrace{-\frac{h^2 \nabla^2 R}{2mR}}_{=U}$$

$$\Rightarrow \quad m \cdot \frac{d^2 Q}{dt^2} = -\nabla (V + U) \quad \text{falls:} \quad v = \frac{\nabla S}{m}$$

Einige Autoren (Bohm, Hiley, Holland, ...) sehen im Quantenpotential U die ganze Neuartigkeit der de Broglie-Bohm Theorie ausgedrückt. ($\rightarrow$ “aktive” Information, “eingefaltete” Ordnung, ...)

Diese “klassische” Formulierung ist jedoch irreführend. In der de Broglie-Bohm Theorie sind Ort und Geschwindigkeit nicht unabhängig. Die echte Neuartigkeit der de Broglie-Bohm Theorie wird dadurch eher verschleiert.

Einem Narren wie Bohm ist natürlich nicht mehr zu helfen;[9] aber meinen Sie nicht, *daß ein solches Argument* den jüngeren Studenten, die sich orientieren wollen, Eindruck machen würde? Fällt Ihnen etwas ein, was die Narren dagegen sagen könnten? (Es besteht auch die Gefahr, daß – wenn ich mich einfach in Schweigen hülle – Bohm verbreiten wird, ich hätte „außer philosophischen Vorurteilen" gegen seine „Theorie" nichts einzuwenden.)

Verlassen wir hiermit die „Schattenphysik"! – Ich soll, wie ich Ihnen schon erzählt habe, im März in Paris 3 oder 4 Vorlesungen im Institut Poincaré halten.[10] (Da in der Stiftung, aus der ich bezahlt werde, die Bestimmung besteht, daß die Vorträge in französischer Sprache gehalten werden müssen, gestattet mir Destouches nicht früher als in der 3. Vorlesung einen Nervenzusammenbruch zu mimen und englisch weiter zu reden, bis dahin muß ich französisch stammeln. Vive la France!) Ich möchte doch gerne eine Auswahl mit Variationen aus