

Wie mich die Mechanik aufs Glatteis führt

Marc Müller¹

Wir sind aufs Glatteis geraten, wo die Reibung fehlt, also die Bedingungen in gewissem Sinne ideal sind, aber wir eben deshalb auch nicht gehen können. Wir wollen gehen; dann brauchen wir die Reibung. Zurück auf den rauen Boden!

LUDWIG WITTGENSTEIN
Philosophische Untersuchungen, § 107

Wasser auf die Mühlen

Stellen Sie sich vor, wir stünden am Ufer eines Mühlteiches! Noch bleibt das Wehr geschlossen. Noch ist der Mühlgraben leer, steht die Mühle am Waldrand still. Jetzt öffnen wir das Wehr: Das Wasser des Teiches ergießt sich in den Graben, ein munterer Bach rauscht die Wiese hinunter. Er läuft in die mit Holz ausgeschlagene, ebenerdige Rinne und da erreicht er auch schon die Mühle! Das tiefschlächlige Mühlrad ächzt unter dem Ansturm des Wassers, die riesige Mühle knarrt und dann gibt sie langsam nach: Die Mühle, sie mahlt wieder!

Wir lauschen von ferne dem Klappern des Mahlwerks. Wir sind uns – auch ohne nachzuschauen – sicher, dass der Bach nach dem Anstoßen des Mühlrads ruhiger fließt als davor. Denn ein Teil seiner kinetischen Energie muss in die Rotationsenergie des Wasserrades und all der anderen rotierenden Teile der Mühle umgewandelt worden sein – ganz abgesehen von all dem Gestöhne

¹Den Anstoß zu diesem Text gab eine ebenso kontroverse wie erhellende Nachbesprechung eines unserer Demonstrationspraktika mit Herrn Schön. In der Folge kam es immer wieder zu Diskussionen mit meinen Kollegen Franz Boczianowski, Thomas Quick und Nico Westphal. Ohne deren kritische Anregungen wäre der Beitrag nicht zustande gekommen! Vielen Dank!

und Getöse im Gebälk, den heiß laufenden Naben, dem zwischen den Mühlsteinen zerkrümelnden Korn und all den anderen Prozessen, die die Energie des Baches schröpfen. Und weil wir uns darüber so schnell einig sind, füge ich nachdenklich hinzu, dass der Bach an der Mühle dann auch an Impuls verloren haben müsse, eben deswegen, weil er hinter ihr langsamer fließe als vor ihr! Und mehr noch, ende ich lächelnd, der fehlende Impuls wäre dann wohl in den Drehimpuls des Wasserrades übergegangen, denn dieser müsse doch auch irgendwo hergekommen sein, weil er doch vorher nicht da gewesen sei! Es gelingt mir kaum auszureden, da meldet sich Herr Schön zu Wort und wendet ein, die Energiebetrachtung möge ja stimmen, aber die Sache mit dem Impuls und dem Drehimpuls sei völlig falsch. Schließlich sei es gänzlich ausgeschlossen, dass sich Impuls in Drehimpuls umwandle. Beide Größen wären ganz und gar unabhängig voneinander erhalten!

Unsere Gelassenheit ist dahin. Am Ufer des Mühlteiches stolpern wir in eine rege Diskussion. Freilich, wir könnten die Mühle vergessen. Wir könnten vom Mittagstisch aufstehen – denn dort befinden wir uns gerade in Wirklichkeit, die Mühlenanlage war ja nur imaginiert – und unseren Terminen im Institut nachgehen. Aber daran ist nicht zu denken. Die Sache mit den mechanischen Erhaltungsgrößen muss ausgetragen werden! Am besten beim Kaffee.

Erste Überlegungen im zwanglosen Gespräch

Worüber wir uns einig sind, ist zweierlei: erstens dass die Geschwindigkeit des Wassers beim Passieren des tiefschlächtigen Mühlrades abnimmt, wobei gleichfalls seine kinetische Energie und ganz sicher auch sein Impuls abnimmt. Und zweitens, dass das Mühlrad, nachdem es sich nach und nach in Bewegung gesetzt hat, über Drehimpuls verfügt, der ihm am Anfang gänzlich fehlte. Auf der Grundlage dieser sicheren Überzeugungen fragen wir uns, wohin der Impuls denn gegangen und woher der Drehimpuls gekommen sei? Unsere Überlegungen gehen während des Plausches wild durcheinander und bleiben selten ohne Gegenbeispiel.

So wird beispielsweise argumentiert, dass das Wasser hinter der Mühle zwar langsamer, aber keineswegs gleichmäßig fließe. Denn es hätten sich dort Wirbel gebildet und in einigen dieser Drehungen müsse man das Gegenstück

zum Drehimpuls des Mühlrads suchen. Mühlrad- und entsprechender, gegen-sinniger Wasserwirbeldrehimpuls würden sich zu Null addieren, womit der Drehimpuls erhalten wäre. Andererseits aber, so lautet eine Erwiderung, laufe das Mühlrad bald stabil, weshalb sein Drehimpuls bald unverändert bleibe. Das Wasser dagegen verwirle sich beständig weiter. Das Mühlrad stricke gewissermaßen ohne Unterlass an einer immer länger werdenden Wasserwirbelschlepe, deren Gesamtdrehimpuls somit anwachse. Und damit wäre es aus mit der Gleichheit beider Drehimpulsgegenstücke.

Ein anderer Vorschlag misst den Reibungsverlusten besondere Bedeutung bei. Es wird argumentiert, das Rad würde nur deswegen nach einiger Anlaufzeit stabil laufen, weil seine Welle in einer Nabe aufgehängt sei, wo es zu Reibungsverlusten käme. Dort fließe gewissermaßen ständig Drehimpuls ab – genau derjenige Drehimpuls, der angeblich fehle. Und mehr noch: Das Rad drücke auch in Fließrichtung des Baches gegen seine Aufhängung. Dabei wiederum fließe der angeblich fehlende Impuls ab (vgl. Herrmann 1995, Kap. 3 und 5). Diese Formulierungen verfügen zwar über enormen Reiz, weil sie die lokalen Kraftwirkungen mit den Impulsbilanzen in Verbindung bringen, führen aber auch rasch zu einigem Schmunzeln. Denn wir fragen uns, worin die Impulse denn fließen. Etwa in feinen Kanälen, die das Universum wie ein Spinnennetz durchziehen? Und wir möchten wissen, was da überhaupt fließt, wenn die Impulse abfließen. Sind es zwei ätherische Flüssigkeiten, die, bildlich gesprochen, einstmals aus zwei riesigen Bechern ins Universum geschüttet wurden, wo sie seitdem hin und her schwappen? Das würde jedenfalls erklären, wieso sie erhalten bleiben: Es wären eben nur gewisse Mengen von beiden da! Aber sollen (und wollen) wir uns das Universum als eine Art Emulsion aus Drehimpuls, Impuls, Energie und anderen Erhaltungsgrößen vorstellen? Und falls ja, müssten diese magischen Fluide dann nicht auch destillierbar sein?

Ein weiterer Punkt betrifft die Kräfte und Drehmomente. Klar scheint zu sein, dass der anströmende Bach ein Drehmoment auf das Wasserrad ausübt, in dessen Folge es sich zu drehen beginnt. Aber wenn nun anstelle des Mühlrads ein Wehr im Mühlgraben stünde, dann würde doch der Bach auf dieses Wehr anstatt eines Drehmomentes eine Kraft ausüben. Man könne also verschmitzt danach fragen, woher der Bach denn wisse, ob es nun per Kraftstoß oder Drehmomentstoß mit dem Holzbrett wechselwirken solle, das doch in

beiden Fällen auf die gleiche Weise seinen Lauf behindere. Oder behindere es gerade nicht auf die gleiche Weise seinen Lauf? Der Einwurf wird von einem Nachbarn noch verschärft: Man könne sich ja anstatt des Baches auch zwei Gewehrkgeln denken, von denen die eine aufs Wehr treffe und die andere aufs Wasserrad. Woher wüssten dann die Kugeln, dass sie einmal eine Kraft und ein andermal ein Drehmoment auszuüben hätten, dass gewissermaßen einmal der Impuls und ein anderes Mal der angeblich völlig andersartige Drehimpuls zu erhalten sei? Oder gebe es da etwa nichts zu unterscheiden? Seien Drehmomente etwa auch nur Kräfte? Aber falls das stimmen sollte, dann läge wiederum nichts näher als die Idee, dass am Wasserrad Impuls in Drehimpuls umgesetzt werden würde, so wie sich dort auch kinetische Energie in Rotationsenergie umwandelt!

Ernüchterung und Motive zum Weitersuchen

Wir drehen uns im Kreis! Herr Schön seufzt über unsere verspielte Unnachsichtigkeit, die wir unserem besseren Wissen zum Trotz nicht ablegen wollen. Denn natürlich sind wir uns längst darüber einig, dass der Einwurf am Mühlteich falsch war. Impuls kann nicht in Drehimpuls verwandelt werden. Beide bleiben unabhängig voneinander erhalten. Gleichfalls sind Drehmomente keine Kräfte. Unglücklicherweise jedoch verstehen wir immer noch nicht genau, wieso. Es fällt uns recht einfach, Beispiele zu finden, die dem Anschein nach gegen beide Auffassungen sprechen. Dabei suchen wir doch eine hieb- und stichfeste Begründung für die richtigen Auffassungen.

Wie würden wir denn versuchen, spitzfindige Laien zu überzeugen? Würden wir sie mit einem: »Meine Güte, das sieht man doch schon an den Formeln!«, abspeisen wollen? Nein, niemals! Wer von der Physik etwas verstanden hat, muss davon auch in einfachen Worten reden können. Würden wir sie mit einem Bild beglücken, dass es ihnen erlaubt, die Sache rund und stolperfrei zu erzählen – ein Bild etwa, wie das von den abfließenden Impulsen? Nein, niemals! Weder ist die Natur von Magie erfüllt, noch gilt es, einfachen Erklärungen wie Legenden zu lauschen. Würden wir sie mit vertrauensvoller Miene darauf hinweisen, dass es nun mal so sei und wir den großen Wissenschaftlern getrost glauben sollten? Nein, niemals! Die Naturwissenschaft ist keine spirituelle Loge mit ausgesuchtem Zugang zum Weltwissen. Würden

wir sie schließlich dazu anhalten, sich doch mal eine Theorie zu überlegen? Nein, noch lange nicht! Das Theoretisieren ist erst dann sinnvoll, wenn die Phänomene in ihrer Vielfalt zumindest vertraut sind.

Die Suche nach den passenden Worten, in denen die richtigen Auffassungen einfach erzählt werden können, geht also weiter. Getragen von der Überzeugung, dass es sie auch gibt, irgendwo . . .

Zweite Überlegungen anhand zweier Magnete

Herr Schön führt uns eines seiner Lieblingsbeispiele vor: Ein länglicher Magnet liegt ruhig auf dem Tisch. Ein zweiter, gleichartiger Magnet wird neben ihn geworfen. Die Magnete knallen zusammen, rutschen gemeinsam auf dem Tisch entlang, während sie gleichzeitig umeinander wirbeln. Bis sie schließlich liegen bleiben.

Es handelt sich um einen dezentralen inelastischen Stoß: Der stoßende Magnet gibt dem gleichartigen gestoßenen Magneten die Hälfte seines Anfangsimpulses ab und mit der entsprechenden Geschwindigkeit rutschen beide gemeinsam weiter. Außerdem – so würde es vielleicht ein Laie erzählen – will der zweite Magnet eigentlich an dem ersten vorbei rutschen, was ihm aber nicht gelingt, weil sich beide Magnete gegenseitig anziehen und dabei auf gekrümmte Bahnen zwingen. Sie sind also bereits in Drehung geraten, wenn sie schließlich zusammenprallen. Voilà, dann müssen sie sich natürlich auch weiter drehen! Sie haben zum Schluss also gemeinsamen Impuls und Drehimpuls.

Es lohnt sich jedoch, weiter nachzufragen: Zum einen wird beim inelastischen Stoß der im Vergleich zu allen anderen Stoßarten größte Anteil an kinetischer Energie in andere Energieformen umgewandelt. Und obwohl damit die Erhaltung der kinetischen Energie gewissermaßen maximal verletzt ist, soll trotzdem auch hier die Erhaltung des linearen Impulses gelten. Wie ist dieser paradox anmutende Umstand, dass von zwei Größen, die beide maßgeblich von der Geschwindigkeit abhängen, die eine erhalten bleibt und die andere nicht, auf einfache Weise zu verstehen? Zum anderen stellt sich wieder die Frage, wo der gemeinsame, resultierende Drehimpuls eigentlich herkommt? Schließlich verfügten die Steine vor dem Stoß nur über linearen Impuls! Oder etwa doch nicht? Bringt etwa das Magnetfeld den Drehimpuls mit? Wohl eher

nicht. Auch hier bedarf es einer genaueren Untersuchung. – Herr Schön und die versierte Drehimpulsphysik haben natürlich beide Recht. Dennoch: Irgendetwas scheinen sie gemeinsam zu verschweigen. Worum handelt es sich?

Raus aufs Glatteis!

Die folgenden Wochen sind quälend lang. Immer öfter ziehe ich mich an den ausgedachten Mühlteich zurück. Ich öffne das Wehr und schließe es wieder, starre dem Bach nach. Die fruchtlosen Variationen dieser Zeitspanne möchte ich Ihnen ersparen. Interessant wird es erst, als ich meinen Blick von der Mühle löse und über den Mühlteich schweifen lasse. Er liegt so still und klar in der Mittagshitze, dass ich einen Stein hinüberschlittern lassen möchte. Da folge ich einer Eingebung: Ich lasse den Mühlteich zufrieren! Ich habe mir zwei gleichartige Pucks erdacht, mit denen ich auf der Eisfläche spiele. Ich lasse den einen auf den anderen zuschlittern. Sie stoßen zusammen, prallen voneinander ab und rutschen jeder für sich übers Eis. Sie stoßen also mehr oder minder elastisch. Manchmal drehen sie sich danach ein wenig, aber meistens bewegen sie sich nur gerade vom Stoßzentrum weg. Wenn ich die runden Pucks allerdings gegen ausgedachte schlitternde Quader oder Stöcke austausche und mit ihnen die Spiele wiederhole, dann erreiche ich es sehr oft, dass sie nach dem Stoß auch rotieren. Sie rotieren dann immer beide, und zwar mit gleichem (!) Drehsinn. Probieren Sie es selbst!

Ich teste noch eine weitere Variante: Damit die Stöße inelastisch werden, beklebe ich die Umfänge der beiden Pucks mit starkem Klettband. Wieder lasse ich den einen der beiden auf den anderen zuschlittern. Die Pucks stoßen zusammen, haften diesmal aneinander und schlittern gemeinsam weiter. Meistens drehen sie sich dabei umeinander, aber manchmal rutschen sie auch nur gerade weiter.

Zentrale Stöße und das Prinzip vom verschwindenden linearen Impuls

Nach einigem Herumprobieren konzentriere ich mich erst einmal auf den allerletzten Sonderfall. Beide Pucks sind also mit Klettband beklebt und ich versuche sie so zu stoßen, dass sie zum Schluss gerade ganz ohne Drehung

gemeinsam weiter rutschen. Dazu muss ich für einen zentralen Stoß sorgen. Ich muss also den ersten Pucks so anschieben, dass sein Mittelpunkt genau auf den Mittelpunkt des zweiten zusteuert. Der gemeinsame Impuls bleibt beim Stoß erhalten, denn der Anfangsimpuls des stoßenden Pucks stimmt mit dem Gesamtimpuls beider aneinanderhängender Pucks überein: beide gemeinsam rutschen halb so schnell wie zu Beginn der stoßende Puck allein.

Aber was ist mit der kinetischen Energie? Mit einigem Geschick schaffe ich es bald, anstatt nur eines Pucks beide zugleich anzuschieben. Wenn sie gerade gleich schnell (und zentral) aufeinander zuschlittern, haften sie nach dem Stoß nicht nur aneinander, sondern bleiben auch in Ruhe liegen. Gut gemacht: Ihre gemeinsame kinetische Energie wird dem System während des Stoßes gewissermaßen maximal entzogen. Der Impuls bleibt wie eben schon erhalten, denn vor wie nach dem Stoß ist er in seiner Gesamtbilanz Null. Jetzt stimmt also alles: Die kinetische Energie wird vollständig umgewandelt und trotzdem ist der Impuls erhalten, so, wie es für die inelastischen Stöße typisch ist. Der Witz ist dabei jedoch, dass der Impuls dafür in seiner Gesamtbilanz gerade verschwinden musste, und zwar schon vor dem Stoß! Der Impuls bleibt erhalten, obwohl es ihn hier in seiner Gesamtbilanz gar nicht gibt!

Kurzum: Was mir einige Spiele später klar wird, ist, dass der lineare Impuls bei all den Stößen gerade deswegen erhalten bleibt, weil es ihn gar nicht gibt und nie und nimmer geben kann! Die Argumentation für die Gültigkeit dieses »Prinzips vom verschwindenden Impuls« läuft in etwa wie folgt:

Erstens ändert ein jedes physikalische Objekt dann und nur dann seinen Bewegungszustand (d. h. seine Bewegungsrichtung oder sein Tempo), wenn von außerhalb des Objekts aus bestimmter Richtung auf es eingewirkt wird – z. B. durch Druck oder Zug. (Das entspricht dem ersten Newtonschen Gesetz bzw. dem Galileischen Trägheitsprinzip.)

Zweitens erfolgt eine solche Einwirkung einzig und allein durch ein zweites physikalisches Objekt, wobei während der gesamten Dauer der Einwirkung auch das erste Objekt gleichermaßen auf das zweite einwirkt – d. h. beide wechselwirken miteinander. (Das ist das dritte Newtonsche Gesetz in einer möglichst allge-

meinen Formulierung. In konkreterer Formulierung lautet es bei Udo Backhaus (2001): »Die Kraft ist ein Zwillingsspaar.«)

Und drittens führen beide Einwirkungen zu Zusatzgeschwindigkeiten (bzw. Geschwindigkeitsänderungen) *beider* Objekte, deren Größen in umgekehrtem Verhältnis zu ihren Massen stehen. (Das ist eine Formulierung des zweiten Newtonschen Gesetzes nach Wodzinski & Wiesner (1994a-c). Eine Formulierung des qualitativen Gehalts dieser Gesetzmäßigkeit könnte lauten: Alle Paare solcher dynamischen Einwirkungen »arbeiten« einzig und allein gegen die Massen der Objekte.)

Unter der Annahme der ersten beiden dieser drei quasi-newtonschen Gesetze ergibt sich sofort, dass es einen Standpunkt geben muss, von dem aus betrachtet die beiden Einwirkungen, die sich die Objekte gegenseitig zufügen, gleich groß sind.² Gemäß dem dritten Prinzip sind von diesem Standpunkt aus auch die Folgen der Einwirkungen gleich groß: die jeweiligen Produkte aus Masse und Zusatzgeschwindigkeit. Diese Produkte sind aber gerade die Änderungen der Einzelimpulse beider Objekte, die, weil sie paarweise entgegengesetzt gerichtet sind, sich dann in ihrer Gesamtbilanz stets zu Null addieren müssen. Von dem ausgezeichneten Standpunkt aus betrachtet kann sich also während eines Stoßes die Gesamtbilanz des Impulses nicht ändern. Wenn jetzt noch gezeigt werden würde, dass von diesem Standpunkt aus betrachtet auch schon vor dem Stoß die Gesamtbilanz des Impulses Null war, würde folgen, dass der Impuls dauerhaft verschwindet, dass es ihn mithin gar nicht gibt.

Dieser physikalisch ausgezeichnete Standpunkt, welcher ist das? Die Tatsache, dass die dynamischen Einwirkungen einzig und allein gegen die Massen »arbeiten«, führt auf die gesuchte Spur: Der ausgezeichnete Standpunkt ist der gemeinsame Massenmittelpunkt bzw. Schwerpunkt beider stoßender Objekte. Und für ihn gilt tatsächlich schon vor dem Stoß, dass sich die einzelnen

²Denn vom Standpunkt des ersten (völlig passiven) Objektes aus betrachtet existiert einzig und allein die externe Einwirkung des zweiten Objektes. Gleiches gilt genau umgekehrt vom Standpunkt des zweiten Objektes aus. Weil die Natur aber, wie sich Leibniz ausdrückte, keine Sprünge macht, muss es einen physikalisch ausgezeichneten (!) dritten Standpunkt zwischen den beiden Objekten geben, von dem aus betrachtet beide Einwirkungen gerade gleich groß sind! Und zwar unabhängig davon, was genau bis zu dieser Stelle unter »Einwirkung« oder »Maß der Einwirkung« verstanden wird ...

Produkte aus Masse und Geschwindigkeit »insgesamt die Waage halten« und zu Null addieren. In seiner Gesamtbilanz ist der Impuls dort also tatsächlich schon vor dem Stoß verschwunden. Und zwar ganz unabhängig davon, wie sich die Objekte auch immer bewegen und ganz egal, ob sie dabei überhaupt miteinander wechselwirken oder nicht. Es ist dafür auch gleichgültig, wie sich der Beobachter in Bezug auf den Systemschwerpunkt bewegt und umgekehrt. Ob ich z. B. die Pucks so anschiebe, dass der eine anfangs auf dem Eis ruht oder so, dass beide anfangs in Bewegung sind: Stets verschwindet in ihrem gemeinsamen Schwerpunkt ihr gemeinsamer Impuls – möge der Schwerpunkt nun selbst übers Eis fliegen oder vor meinen Füßen ruhen. Die Bilanzgröße Impuls (die Summe der Produkte aus Masse und Geschwindigkeit) kann es aus der Perspektive des gemeinsamen Schwerpunktes nicht geben. Das gilt zum Schluss sogar für das gesamte Universum: Der Gesamtimpuls des Universums verschwindet in dessen Schwerpunkt dauerhaft.

Der Witz an der ganzen Impulsgeschichte ist also, dass es den linearen Impuls auf eine gewisse und entscheidende Weise gar nicht gibt und nie und nimmer geben wird. Dass er dauerhaft verschwindet. Und das ist der eigentliche, ja der richtige Lehrsatz von der Impulserhaltung.³

Die Aufteilung der kinetischen Energie auf beide Stoßpartner

Oben wurde darauf aufmerksam gemacht, dass für zwei Größen, die beide maßgeblich von den Geschwindigkeiten der stoßenden Objekte abhängen, verschiedenes gilt. Für den linearen Impuls gilt stets ein Erhaltungssatz, obwohl die kinetische Energie in aller Regel nicht erhalten bleibt (– einzige Ausnahme: ideal elastische Stöße zwischen ideal starren Körpern).

³Mit dieser überspitzten Formulierung ist gemeint, dass mit dem Prinzip vom verschwindenden Impuls genau dasjenige ausgedrückt ist, was physikalisch am linearen Impuls ist, d. h. worin die Naturerkenntnis besteht, über die wir mit diesem Begriff verfügen. Freilich bewegt sich der fragliche Systemschwerpunkt in Bezug auf andere Bezugssysteme. Deswegen liegt es auch nahe, ihm von anderen Bezugssystemen her einen entsprechenden Impuls zuzusprechen. Dieser Impuls jedoch ist physikalisch völlig irrelevant! Er ist beispielsweise für den tatsächlichen Verlauf aller möglichen, gerade interessierenden Stoßprozesse völlig irrelevant. Er ist ein »bloßes« Artefakt der Art und Weise unserer Beschreibung von *Bewegungen*. Dieser *Pseudoimpuls* hilft »nur« beim Rechnen. Welchen Einfluss sollte auch die willkürliche Wahl eines Bezugssystems auf die Wirklichkeit physikalischer Prozesse haben?

Dieser paradox anmutende Umstand wird mit Hilfe des Prinzips vom verschwindenden Impuls und aus der Perspektive des Schwerpunktes betrachtet leicht verständlich: Wie sich während des Stoßes auch immer die Gesamtbilanz der kinetischen Energie verändert – jede Veränderung wirkt sich wegen der Symmetrie der Wechselwirkung stets auf *beide* Stoßpartner zugleich aus. Und zwar zwingend so, dass insgesamt der lineare Impuls Null bleibt – unabhängig davon, ob nun während des Stoßes kinetische Energie teilweise oder ganz in irgendeine andere Form von Energie umgewandelt wird. Unabhängig sogar davon, ob bei einer Art Explosion während des Stoßes zusätzliche kinetische Energie dem System bereitgestellt wird, ob sich ferner die Gesamtbilanz der kinetischen Energie während des Stoßes überhaupt verändert oder ob es sich dagegen um einen ideal elastischen Stoß handelt, bei dem die kinetische Energie in Bilanz erhalten bleibt. Vom Schwerpunkt aus betrachtet bleibt der Impuls stets Null.

Dezentrale Stöße und das Prinzip von der Erhaltung der Dezentralität

Was bleibt von diesen Prinzipien, wenn neben zentralen auch dezentrale Stöße zugelassen werden? Ich benutze wieder meine beiden mit Klettband umklebten Pucks und lasse sie diesmal so aneinander vorbei schlittern, dass zwar ihr gemeinsamer Schwerpunkt auf der Eisfläche ruht, dass sie sich aber verfehlen würden, wenn sie nicht eine gewisse Breite hätten. Sie stoßen also dezentral, aber weiterhin inelastisch. In der Folge solcher Stöße rotieren beide Pucks umeinander bzw. um ihren gemeinsamen Schwerpunkt. Ihr linearer Gesamtimpuls verschwindet auch hier; im inelastischen Fall wird gleichfalls ihre kinetische Energie »aufgezehrt«! Trotzdem besitzen sie jetzt etwas von dem ominösen Drehimpuls. Nur, wo war dieser Drehimpuls vor dem Stoß? Offensichtlich war er vorher gerade »in der Dezentralität« beider Bewegungen bzgl. des gemeinsamen Schwerpunktes!

Wenn es jetzt gelänge, ein Maß für die Dezentralität von Bewegungen bzgl. des gemeinsamen Schwerpunktes zu finden, würde sich womöglich auch der magische Schleier des Drehimpulses lüften. Dazu bedarf es aber der Kenntnis einiger weiterer typischer dezentraler Stoßverläufe.

i) *elastische* dezentrale Stöße: Die kinetische Energie der Stoßpartner ist nach dem Stoß geringer als vorher, beide Partner rotieren gleichsinnig (!) und beide Bewegungen sind weiterhin dezentral bzgl. des gemeinsamen Schwerpunktes.⁴

ii) *inelastische* dezentrale Stöße: Die kinetische Energie der Stoßpartner ist nach dem Stoß Null, allerdings besitzen sie gemeinsam Rotationsenergie (beide Partner sind miteinander verbunden und rotieren um den gemeinsamen Schwerpunkt); ferner sind beide Einzelbewegungen weiterhin dezentral bzgl. des Schwerpunktes.

iii) *Lösen der Kopplung zweier umeinander rotierender Partner* (z. B. der Klettverbindung der Pucks): Die Partner bewegen sich nach dem Lösen der Kopplung auf Tangenten zur vorigen Kreisbahn, ihre kinetische Energie ist größer Null, beide Bewegungen sind dezentral bzgl. des gemeinsamen Schwerpunktes und beide Partner rotieren gleichsinnig. (Probieren Sie es aus!)

iv) *quasi-elastische* dezentrale Stöße, die zwar inelastisch verlaufen, deren Kopplung aber sofort wieder gelöst wird: Die kinetische Energie der Stoßpartner ist nach dem Stoß geringer als vorher, beide Partner rotieren gleichsinnig und beide Bewegungen sind weiterhin dezentral bzgl. des gemeinsamen Schwerpunktes.

Allen diesen Verläufen dezentraler Stöße ist zweierlei gemein: Erstens dass die Bewegungen der Stoßpartner nie zentral bzgl. des gemeinsamen Schwerpunktes werden, sondern stets dezentral bleiben. Das lässt vermuten, dass irgendein Maß an Dezentralität tatsächlich unverändert bleibt. Und zweitens dass immer dann, wenn die Stoßpartner an kinetischer Energie einbüßen, sie gleichsinnig zu rotieren beginnen und umgekehrt. Das weist darauf hin, dass es womöglich zwei Maße an Dezentralität gibt, die ineinander umwandelbar sind: eines, das an die Bahngeschwindigkeiten der Objekte und eines, das an ihre Rotationsgeschwindigkeiten gekoppelt ist. Auf die richtige Spur führt ein weiterer typischer Bewegungsverlauf:

⁴*Ideal elastische* dezentrale Stöße: Die Summe der kinetischen und der Rotationsenergien nach dem Stoß entspricht der kinetischen Energie vor dem Stoß. (Ideal elastische dezentrale Stöße mit *ideal runden* Pucks: Wegen der ideal zentralen Wechselwirkung ideal runder Stoßpartner rotieren beide trotz dezentralem Bewegungsverlauf nicht.)

v) *Variation des Abstandes* zweier gekoppelter und um den gemeinsamen Schwerpunkt rotierender Objekte: Bei Verringerung des Abstandes beider Objekte nimmt die Rotationsgeschwindigkeit beider Objekte zu, bei Erhöhung nimmt sie ab.

Was bei dieser Variation unverändert bleibt, sind die Produkte aus Bahnimpuls der Objekte (bezogen auf ihren gemeinsamen Schwerpunkt) und dem (lotrechten) Abstand der Bahn vom Schwerpunkt beider Objekte, und zwar in ihrer Gesamtbilanz. Und genau dies ist eines der zwei Maße für die Dezentralität der beiden Bewegungen: der *Bahndrehimpuls* beider miteinander wechselwirkender Objekte. Das zweite Maß besteht in den *Eigendrehimpulsen* bzw. Drallen der beider Objekte. Dieses Maß ergibt sich letztlich auch wieder aus Produkten der Bahnimpulse der Objektteile und deren Abständen vom Objektschwerpunkt.⁵ Beide Maße stimmen daher in ihrer Dimension überein, sie sind gleichartig und ineinander umwandelbar. Der *Gesamtdrehimpuls*, d. i. die Summe aus diesen beiden Arten von Drehimpulsen, bleibt als Gesamtmaß der Dezentralität beider (linearer) Bewegungen in Bezug auf den gemeinsamen Schwerpunkt erhalten. Das ist das »Prinzip von der Erhaltung der Dezentralität zweier gekoppelter linearer Bewegungen«. Der Witz an der Geschichte mit dem Drehimpuls ist also, dass es sich dabei auf gewisse und entscheidende Weise um eine Eigenschaft geradliniger Bewegungen handelt.

Dass dieses Prinzip gilt, folgt gleichfalls aus den oben formulierten quasi-newtonschen Gesetzen: Eine direkt durch den Schwerpunkt der beteiligten Objekte gerichtete, symmetrische Wechselwirkung – und einzig und allein von solchen sprechen die drei Prinzipien, ja sie behaupten sogar implizit, es gäbe nur solche! – kann die dezentralen Anteile der Bewegungen einfach nicht beeinflussen. Denn die dezentralen Anteile sind gerade diejenigen, die senkrecht zur Richtung der zentralen Wechselwirkung weisen. Deswegen gehen bei der Bestimmung des Gesamtdrehimpulses gerade die Bahnimpulse der

⁵Dieser Umstand führt auf zwei grundsätzliche Eigenschaften *jeglicher* nicht-geradliniger Bewegungen: Erstens findet sich zu *jedem* nicht-geradlinig bewegten Objekt ein zweites Objekt, das mit dem ersten so wechselwirkt, dass sich beide nicht-geradlinig bewegen, indem beide *umeinander* rotieren. Umgekehrt kann zweitens *jede* Eigenrotation eines Objektes als zwei nicht-geradlinige Bewegungen zweier seiner Objektteile aufgefasst werden, die so miteinander wechselwirken, dass sie *umeinander* rotieren. D. h. dynamisch betrachtet gibt es neben geradlinigen Bewegungen nur noch Rotationen – und zwar infolge Kopplung zweier zueinander dezentraler geradliniger Bewegungen.

Objekte (bezogen auf ihren gemeinsamen Schwerpunkt) und die (lotrechten) Abstände dieser Bahnen vom Schwerpunkt ein. Der Gesamtdrehimpuls als Gesamtmaß der Dezentralität der Bewegungen muss also unverändert erhalten bleiben. Das gilt sogar dann, wenn in der Folge des dezentralen Stoßes die Partner nicht etwa umeinander kreisen, sondern wenn jeder für sich rotiert (vgl. oben die Fälle i), iii) und iv))!

Und wenn diese Überlegungen auf das gesamte Universum ausgeweitet werden würden, dann sollte daraus folgen, dass der Gesamtdrehimpuls des Universums bezogen auf seinen Schwerpunkt unveränderlich ist. Mehr noch: Wer der Vorstellung anhängt, das Universum sei aus einem sog. Urknall, also aus einer Art zentralem (!) Stoß hervorgegangen, müsste annehmen, dass der Gesamtdrehimpuls des Universums dauerhaft verschwindet, wie auch schon dessen linearer Impuls. Und diese Einsicht wiederum würde dem Gedanken Nahrung geben, dass die sog. Erhaltung einer physikalischen Größe womöglich nichts anderes bedeutet, als dass es die betreffende Größe auf gewisse und entscheidende Weise global betrachtet gar nicht gibt und nie und nimmer geben kann. Dass sie dauerhaft verschwindet. Und wenn es uns gelänge, die physikalischen Gesetze der sog. Erhaltungsgrößen so anzuschauen, dass uns der Grund ihres jeweiligen dauerhaften Verschwindens klar wird, dann würden quälende Verständnisfragen von der Art, was genau da eigentlich erhalten wird, schlagartig verschwinden. Ein reizvoller Gedanke, nicht wahr?

Ich kann endlich aufatmen. Die quälenden Impulse sind vertrieben, die ätherischen Geister haben sich aufgelöst. Auch Herrn Schöns Beispiel bereitet mir keine Kopfschmerzen mehr. Denn letztlich verhalten sich die Magnete nicht anders als die mit Klettband beklebten Pucks. Allerdings ist damit noch immer nicht das Mühlenproblem gelöst. Ich fürchte, es wird Zeit: Ich muss wieder runter vom glatten Mühlteich!

Zurück auf den rauen Boden!

Wie verhält es sich nun? Strickt das Mühlrad an einer immer länger werden den Wasserwirbelschlepe? Können wir wirklich angeben, wie es sich mit dem Impuls des Baches und dem Drehimpuls des Wasserrades verhält?

Vor dem Hintergrund der beiden oben formulierten Prinzipien stellt sich die Eingangsfrage in neuem Gewand: Wenn der Bach Impuls verliert und das Wasserrad Drehimpuls gewinnt, *welches sind dann die Bewegungsänderungen aller beteiligten Objekte aus der Perspektive des Systemschwerpunktes?* Zuerst ist also zu klären, wo hier der Systemschwerpunkt liegt. Danach müssen die Bewegungsabläufe gemäß den beiden Prinzipien beschrieben werden.

Da die vergleichsweise leichte Mühle quasi an der gesamten planetenschweren Erde befestigt ist, fällt der Mühlenschwerpunkt so gut wie mit dem Erdschwerpunkt zusammen – die Mühle gehört dynamisch betrachtet zur Erde. Da das Mühlrad wiederum an der Mühle aufgehängt ist, fällt auch der Systemschwerpunkt von Mühlrad und Mühle so gut wie mit dem Erdschwerpunkt zusammen. Damit fällt aber auch der gesuchte Systemschwerpunkt von Bach und Mühlrad nahezu mit dem Erdschwerpunkt zusammen. Mehr noch: Weil wir als Besucher der Mühle gegenüber dem Erdschwerpunkt so gut wie ruhen, können wir den Systemschwerpunkt sogar zu unserem eigenen Bezugssystem zählen!⁶

Gemäß dem ersten der beiden Prinzipien verschwindet der lineare Impuls von Erde/Mühle/Mühlrad und Bach in seiner Gesamtbilanz sowohl vor dem Anstoß des Mühlrades als auch danach. Wenn der Bach also während des Anstoßes an Geschwindigkeit verliert, dann muss währenddessen auch der Stoßpartner Erde-Mühle-Mühlrad an Geschwindigkeit verlieren – und zwar in Gegenrichtung zum Bach. Unglücklicherweise ist der Stoßpartner Erde-Mühle-Mühlrad im Vergleich zum Bach aber so unermesslich schwer, dass die erwartete Bewegungsänderung, um die geforderte Impulsbilanz zu erfüllen, äußerst winzig ist. So lächerlich winzig, dass davon nichts zu messen, geschweige denn zu sehen ist. Der traurige Witz ist also, dass wir nie eine Chance hatten, das Gegenstück zum verlorenen Impuls des Baches aufzuspüren! Zumindest aber erklären diese Überlegungen, wieso es so scheinen konnte, als hätte die Mühle dem Bach Impuls abgenommen oder als wäre Impuls vom Bach her in die Erde geflossen ...

Gemäß dem zweiten Prinzip muss die Drehung des Mühlrads die Folge der Erhaltung der Dezentralität der Bewegungen von Erde/Mühle/Mühlrad und

⁶Diese Tatsache ist ein Grund dafür, wieso die anfänglichen Beschreibungen »der Mühle« in den Worten der Energie und in den Worten der Impulse so verstörend ähnlich klangen.

Bach bei ihrem mehr oder minder elastischen Stoß sein. Und tatsächlich: Dass beide Bewegungen, bezogen auf ihren gemeinsamen Schwerpunkt, dezentral sind, ist offensichtlich. Das Prinzip sagt aber noch mehr voraus: Es kann nicht nur das Mühlrad in Drehung geraten sein! Und: Dasjenige, was neben dem Mühlrad noch in Drehung geraten ist, muss sich gleichsinnig zum Mühlrad drehen!⁷ Diese Vorhersage ist bemerkenswert, weil wir zu Beginn vermutet hatten, dass für die Erhaltung des Drehimpulses gerade die zur Mühlraddrehung gegensinnigen Wirbel des Baches in Frage kämen. Aber das war falsch: Der Witz besteht darin, dass die für die Drehimpulserhaltung relevanten Wirbel, wenn es sie denn geben sollte, gerade im *gleichen* Sinn rotieren müssten wie das Mühlrad selbst! Leider ist es äußerst fragwürdig, ob wir in dem unübersichtlichen Gewimmel von Wasserwirbeln, die der Bach hinter den Schaufeln des Mühlrads wegträgt, »unsere« Wasserwirbel überhaupt finden würden ...

Unten am Fuße der Wiese klappert die ausgedachte Mühle. Sie »verbraucht« die Energie des Baches. Oberflächlich betrachtet »verbraucht« sie auch den Impuls des Baches: Sie »pumpt« ihn in die Erde und »saugt« Drehimpuls, mit dem sie das Wasserrad »auflädt«, aus ihr hervor. Es könnte scheinen, als stelle die Erde zwei unerschöpfliche Impulsreservoirs bereit (wieder Herrmann 1995). Aber das stimmt natürlich nicht! Gemäß den beiden Prinzipien, die von sich behaupten, ganz unmagisch zu sein, finden sich die vermissten Gegenstücke zu den Bewegungsänderungen letztlich in unmessbaren Bewegungsänderungen der Erde (abgesehen von eventuellen Wasserwirbeln). Allerdings: Was hilft uns eine physikalische Erklärung, die das Problem löst, indem sie prinzipiell unmessbare Bewegungen ins Feld führt?

Am Beispiel der Mühle zeigt sich deswegen zum Schluss, dass physikalische Prozesse, bei denen Wechselwirkungen mit der Erde eine entscheidende Rolle spielen, den Impuls- und Drehimpulsbetrachtungen zu einem besonderen Status verhelfen: Es kann dort auf sie verzichtet werden! Denn aufgrund

⁷Spätestens hier müsste eine Untersuchung der Reibung anschließen, für die jedoch nicht ausreichend Platz ist. U. a. würde sich ergeben, dass deswegen, weil das Mühlrad nicht reibungsfrei in seinem Lager hängt, auch das System Erde-Mühle um die Nabe herum »in Drehung geraten« ist. Diese (gleichsinnige und allmählich anwachsende) Drehung kompensiert gerade das stetige Anwachsen der Wasserwirbelschlepe. Aufgrund der riesigen Masse der Erde ist davon allerdings wieder nichts zu sehen ...

der Tatsache, dass wegen der enormen Erdmasse unmessbare Bewegungsänderungen diskutiert werden müssten, führen die Anwendungen der Impulserhaltungssätze nicht weit. Vielmehr ist dort mit der globalen Energiebetrachtung und der lokalen Kraft- bzw. Drehmomentbetrachtung schon alles gesagt! Unglücklicherweise finden die allermeisten physikalisch interessanten Wechselwirkungen, denen wir in unserem Lebensumfeld begegnen, gerade auf der Erde und mit der ganzen Erde statt. Z. B. wenn ein Bach eine Wiese herunterrauscht und das Wasserrad einer Mühle antreibt. Deswegen wiederum ist die Versuchung groß, auf diesen Verzicht zu verzichten. Aber es geschähe um den Preis, die Sache in magischen Worten zu erzählen. Und dazu möchte ich die oben erwähnten spitzfindigen Laien nicht anhalten! Ich möchte sie die Impuls- und Drehimpulsbetrachtungen dort lehren, wo die relevanten Veränderungen sichtbar sind: z. B. auf dem Glatteis, wo die Kopplung zur Erde fehlt.

Vermutlich hat Ihnen der Auftakt mit dem Bach und dem Mühlrad keine Probleme bereitet. Mich jedenfalls hat er aufs Glatteis geführt. Jetzt träume ich von einer Eisbahn fürs Klassenzimmer! Wir könnten Brückenbögen darauf errichten oder schiefe Ebenen, die zur Seite rutschen, sobald eine Kugel auf ihnen herunter rollt. Wir könnten Magnete, Spulen und Strom durchflossene Drähte aneinander vorbei schlittern lassen, um zu testen, ob die dynamischen Erhaltungssätze auch für Wirbelfelder gelten. Und sicherlich fallen Ihnen genügend weitere Spielereien ein!

Literatur

- Backhaus, U. (2001): Die Kraft ist ein Zwillingsspaar. *Naturwissenschaften im Unterricht. Physik* 65, 12-14
- Herrmann, F. (1995): *Der Karlsruher Physikkurs - Ein Lehrbuch für den Unterricht der Sekundarstufe I, Teil 1*. Karlsruhe: Universitätsdruckerei
- Wodzinski, R. & Wiesner, H. (1994a/b/c): Einführung in die Mechanik über die Dynamik I/II/III. *Physik in der Schule*, 32, 164-169 (a), 202-207 (b), 331-335 (c)