Exakte Phänomenologie der Polarisation

Johannes Grebe-Ellis

(Vortrag auf der Frühjahrstagung der DPG in Augsburg 2003)

Einleitung – Historische Vorbemerkung

Als A. Fresnel und D.F.J. Arago im Jahre 1817 auf ihre Experimente zur Interferenzfähigkeit von Licht zurückblickten und Fresnel ihre Arbeit krönen wollte durch eine mathematische Formulierung der gefundenen Interferenzgesetze, machte er die überraschende Entdeckung, dass er dazu nicht in der Lage war. Dem Hinweis Th. Youngs hatten sie verdankt, dass das Ausbleiben von Interferenz bei der Überlagerung orthogonal polarisierter Wellenzüge interpretierbar wurde als Nachweis der *Transversalität* des Lichtwellenfeldes. Vorraussetzung für die mathematische Beschreibbarkeit dieses Ergebnisses war, dass Fresnel von einer bereits polarisierten Lichtquelle ausgehen konnte. Dies konnte allerdings für den zweiten Teil seiner Ergebnisse gerade nicht vorausgesetzt werden. Diese verlangten vielmehr, die unpolarisierte Lichtquelle seiner Versuchsanordnung in die mathematische Beschreibung mit einzubeziehen. Dies führte ihn zu der bemerkenswerten Feststellung, dass er im Rahmen der Amplitudendarstellung des Lichtes über keinen Ausdruck für unpolarisiertes oder auch nur teilpolarisiertes Licht verfügte. Damit war aber in einem gewissen Maße die Natur der bisherigen Deutung optischer Erscheinungen, die im wesentlichen aus dem Rückgriff auf mechanische Analogien bestand, *als solche* in Frage gestellt. Eine Lösung des Problems musste aus einer grundsätzlichen Überprüfung des Verhältnisses von Theorie und Experiment, d.h. von hypothetischen Größen und Vorgängen einerseits, und den tatsächlichen Messgrößen andererseits hervorgehen.

Den Ansatz für eine solche Lösung lieferte Sir G.G. Stokes in seiner 1852 veröffentlichten Schrift *On the Composition and Resolution of Streams of Polariszed Light from different Sources* [Sto01]. Stokes hatte sich darin die mathematische Beschreibung unpolarisierter bzw. teilpolarisierter Lichtbündel zum Ziel gesetzt. Dies gelang ihm durch die Einführung von vier Parametern, die als lineare Funktionen der Intensität der jeweils untersuchten Lichtquelle echte Observablen waren. Diese *experimentelle Definition* des Polarisationszustandes einer Lichtquelle blieb aber lange unbeachtet und unerkannt. Die allgemeinen Bestrebungen der Physik des 19. Jahrhunderts richteten sich darauf, "die Ursache aller natürlichen Wirkungen auf mechanische Gründe zurückzuführen" [Huy96]. Diesem Paradigma konnte in der Optik nur durch mechanische Analogien bzw. Modelle entsprochen werden. Ferner stand die Erfolgsgeschichte der Wellentheorie mit Young und Fresnel erst an ihrem Beginn, nachdem die brillanten Ideen von Huygens unter dem Gewicht des Newtonschen Dogmas über hundert Jahre hinweg nur wenige Anhänger gefunden hatten. Erst die Hinwendung zu der Frage nach den

Bedingungen der prinzipiellen Beobachtbarkeit physikalischer Größen im Rahmen der Quantentheorie zu Beginn des 20. Jahrhunderts hat die Aufgabe des reduktionistisch-spekulativen Paradigmas regelrecht erzwungen [Wei90a].

Wiederentdeckt wurde der Ansatz von Stokes in den 40er Jahren des 20. Jahrhunderts von S. Chandrasekhar [Cha60]. Die Arbeit mit Stokes-Parametern hat seither zunehmende Verbreitung gefunden. Die Entwicklung der im Zusammenhang des hier vorgestellten Vorgehens benutzten Matrixdarstellung optischer Transformationen geht auf Mueller und andere zurück [Shu62].

1 Zur Phänomenologie der Polarisation

Ein Anknüpfungspunkt in diesem historischen Hintergrund für die Perspektive einer Phänomenologie der Polarisation wird in Folgendem gesehen: Das Scheitern Fresnels an der Aufgabe, in den Begriffen der Amplitudendarstellung des Lichts unpolarisiertes Licht zu beschreiben, wurde u.a. zum Anlass, sich zu vergegenwärtigen, dass man im Rahmen der Wellenoptik mit unbeobachtbaren Größen operierte: Frequenz, Wellenlänge, Amplitude und Phase.

Die Forderung, von solchen hypothetischen zu tatsächlich beobachtbaren Größen überzugehen, ist in der Physik im allgemeinen – man denke an den Deskriptionismus Berkeleys und Machs – , insbesondere aber in der Geschichte der Optik mehrfach erhoben worden. "... classical optics is not based on empirical laws but on a hypothesis, i.e., the wave theory. Since electric and magnetic fields of a light beam, its frequency and phase are *unobservable quantities*, the wave theory is not a logical foundation of optics..." [Mue48].

Die stärkste Herausforderung des reduktionistisch-spekulativen Paradigmas noch vor der Grundlagenkrise in der Physik zu Beginn des 20. Jahrhunderts stellt wohl die Polemik Goethes gegen die Optik Newtons dar [Bor96].

Neuere Arbeiten zu einer streng hypothesenfreien Optik, die sich auf die von Goethe [Goe81] geltend gemachte Methode einer *rationellen Empirie* beziehen, stammen von Maier [Mai86, Mai81, Mai84] und Mackensen [**?**]. Ferner sind von Schön, Erb und Werner Vorschläge für den Optikunterricht der Oberstufe entwickelt worden, die zeigen, wie mit Hilfe des *Lichtwegkonzepts* nach Fermat und des *Zeigerformalismus?* nach Feynman eine phänomenorientierte und zugleich einfache mathematische Beschreibung zahlreicher Erscheinungen gelingt, die ohne Festlegung des Lichtes auf Welle oder Teilchen auskommt [Sch93, ES97, Erb94, Wer00].

Im Kontext dieser Bestrebungen sind vom Verfasser für eine Phänomenologie der Polarisation einige erste Anmerkungen vorgelegt worden [Gre01, GE02b, GE01, GE02a]. Es wird der Versuch gemacht, die Erscheinungen zu beschreiben, ohne ihnen von vornherein die Bestätigung einer Theorie abzuverlangen, d.h. ohne sie auf eine jenseits des Erscheinungszusammenhangs vorgestellte Ebene ursächlicher Größen und Vorgänge abzubilden. Das ist gerade bei der Polarisation nicht einfach, weil man im allgemeinen gewohnt ist, Polarisationsexperimente so zu machen, dass die Ergebnisse gestatten, als Beweis für die Wellennatur des Lichts gedeutet zu werden. Manche Experimente werden deshalb neu angeschaut und die Art des Experimentierens selbst überdacht. In der Reihung verwandter Phänomene und der Untersuchung, welche Abwandlungen sich ergeben bei der Änderung der jeweils wirksamen Bedingungen, zeigen sich Ordnungen, die den Erscheinungen als Gesten immanent sind. Sich in solche Gesten einfühlen, mit den zugehörigen Erscheinungen vertraut werden, Sicherheit in der beobachtenden Teilnahme und im sich daran anschließenden Bedingungsurteil zu gewinnen – diese Anforderungen zeigen, wie hoch die Kultur der exakten und vorurteilsfreien Naturbeobachtung und damit die Rolle des Beobachters in dem hier vertretenen Ansatz bewertet wird. Damit ist aber die Brücke von der Ausübung zur Einübung der Phänomenologie geschlagen: In dem Zugeständnis an den Einzelnen, sich durch die Ausbildung seiner Auffassungsorgane einen tragfähigen Erkenntniszugang zu den Erscheinungen der Natur erwerben zu können, liegt das entscheidende didaktische Kriterium dieses Ansatzes. Diese Perspektive kann ein spekulativer Reduktionismus, der die Ursachen der Erscheinungen aus dem Horizont des Wahrnehmbaren herausrückt und in jenseits der Wahrnehmbarkeit vorgestellten Mechanismen sucht, nicht eröffnen. Vielmehr ist für die auf diesem Weg gewonnenen Erkenntnisse die Unterdrückung des Beobachters gerade konstitutiv [Wei90b].

2 Operationale Zustandsdefinition

Ein phänomenologisches Vorgehen in dem angedeuteten Sinne schließt eine mathematische Beschreibung der Beobachtungen nicht aus. Im Gegenteil: Es zeigt sich, dass eine operationale Definition der Polarisationszustände über Helligkeitsmessungen auf eine Zustandsmannigfaltigkeit führt, deren immanente Strukturmerkmale eine geometrische und algebraische Charakterisierung nahe legen. Auf die Darstellung der Polarisationszustände auf der Oberfläche der Einheitskugel nach H. Poincaré gehen wir weiter unten in einer Zwischenbemerkung ein.

Es soll im Folgenden skizziert werden, wie sich die von P. Soleillet, H. Mueller und anderen entwickelte Methode der Darstellung von Polarisationszuständen mit Stokes-Parametern und der Charakterisierung optischer Transformationen durch 4x4-Matrizen in den hypothesenfreien Ansatz einer Phänomenologie der Polarisation einfügt.

Wir gehen dazu zunächst von der Aufgabe aus, eine gegebene einfarbige Leuchte oder auch die Spiegelansicht eines schräg angeblickten Fensters auf ihren Polarisationszustand hin zu untersuchen. (Mit ”Ansicht” ist der durch Helligkeit, Farbe, Kontrast und perspektivische Größe charakterisierbare, aktuelle Inhalt unseres Gesichtsfeldes als *Phänomenkomplex* gemeint.) Ein erster und einfachster Schritt zur Lösung dieser Aufgabe wird sein, eine gewöhnliche Polarisationsfolie zur Hand zu nehmen und das Helligkeitsverhalten der betreffenden Ansicht im Durchblick durch die Folie bei unterschiedlichen Winkelstellungen derselben zu prüfen. Verhält sich die Ansicht so, dass sie sich für eine bestimmte Stellung der Prüf-Folie vollständig auslöschen lässt und ihre Helligkeitsänderung als Funktion des Richtungswinkels dem *Malus-Gesetz* entspricht, sprechen wir von einem *linear polarisierten Zustand* der Ansicht [GE01, Dus97]. Wer im Durchblick durch die Prüf-Folie mit Hilfe des *Haidinger-Büschels* deren Hauptachsenlage bestimmt, der kann auch noch Aussagen zur jeweiligen Lage der Polarisationsrichtung machen [GE02a]. Beziehen wir diese Definition des linearen Polarisationszustands auf das Prüfmittel, so ergibt sich die Definition der Polarisationsfolie als *Linearpolarisator* bzw. *Linearanalysator*.

Fällt hingegen das Beobachtungsergebnis anders aus, beispielsweise so, dass die Helligkeit der betreffenden Ansicht *invariant* ist unter Drehungen des Linearanalysators, so könnte es sich um einen unpolarisierten oder einen zirkular polarisierten Zustand handeln. D.h. bezüglich des Linearanalysators als Prüfmittel sind diese Zustände entartet. Weitere Prüfmittel, z.B. doppelbrechende Folie, müssen herangezogen werden, um diese Entartung aufzuheben. Handelt es sich um einen zirkularen Zustand, bleibt eine weitere Unbestimmtheit, da es wegen der Geometrie von *Zirkularpolarisatoren* grundsätzlich zwei Möglichkeiten gibt, einen Zustand zu erzeugen, dessen Helligkeit bezüglich eines rotierenden Linearpolarisators invariant ist. Daraus folgt die Unterscheidung von *rechts-* und *linkszirkular* polarisierten Zuständen, etc.

Dieses Beispiel soll lediglich verdeutlichen, wie das Vorgehen einer operationalen Zustandsdefinition gedacht ist und dass, wenn von Polarisationszuständen die Rede ist, das charakteristische Helligkeitsverhalten einer Ansicht bezüglich verschiedener geordneter Prüfbeobachtungen gemeint ist. So verstanden beschreibt der Polarisationszustand einen *Bildzustand*.

Eine Zusammenfassung solcher Prüfbeobachtungen zur vollständigen Bestimmung des Polarisationszustandes und Polarisationsgrades einer gegebenen Lichtquelle oder Ansicht liefert der folgende Satz von Stokes-Parametern:

$$S_0 = I_H + I_V \tag{1}$$
$$S_1 = I_H - I_V \tag{2}$$
$$S_2 = I_{45} - I_{135} \tag{3}$$
$$S_3 = I_R - I_L \tag{4}$$

Die I_x sind Helligkeitswerte, die mit verschiedenen Prüfmitteln in unterschiedlichen Stellungen beobachtet bzw. gemessen werden. So ist beispielsweise I_H die Helligkeit der Ansicht im Durchblick durch einen Linearanalysator mit horizontaler Polarisationsrichtung und I_V die Helligkeit bei *gekreuzter*, also vertikaler Analysatorstellung. In den Diagonalstellungen des Linearanalysators ergeben sich I_{45} und I_{135}. I_R und I_L werden mit Rechts- bzw. Linkszirkularanalysatoren gemessen. Diese sind aufgebaut aus Kombinationen eines doppelbrechenden Transformators und einem Linearanalysator. Der doppelbrechende Transformator ist dabei der zu untersuchenden Ansicht zugewandt, dann folgt der Linearanalysator; diese Reihenfolge ist nicht vertauschbar. Man transformiert damit den zirkularen Zustand in einen linearen und analysiert diesen mit dem folgenden Linearanalysator. Dies hat den Vorteil, dass man auch zirkulare bzw. elliptische Zustände über die *Null-Intensität-Methode*, d.h. über das Malus-Gesetz sehr genau bestimmen kann.

Mit diesen Beobachtungs- bzw. Messvorschriften können die Definitionen (1) bis (4) folgendermaßen gelesen werden: S_0 ist die Gesamthelligkeit der Ansicht. Sie ergibt sich aus der Summe der Helligkeitswerte für horizontale und vertikale Stellungen des Linearanalysators. Im allgemeinen werden die Parameter als normierte Größen angesetzt. Dann gilt $S_0 = 1$ und für S_1, S_2 und S_3, je nach Polarisationszustand, $1 \geq S \geq -1$. Damit zeigt S_1 die Tendenz zu einem horizontal ($S_1 = 1$) bzw. vertikal ($S_1 = -1$) linear polarisierten Zustand. Für $S_1 = 0$ kann es sich um einen diagonal linearen, elliptischen, zirkularen oder unpolarisierten Zustand handeln. Dies wird durch die Parameter S_2 und S_3 festgelegt. So zeigt S_2 die Tendenz zu einem diagonal linear polarisierten Zustand mit Polarisationsrichtung unter 45° ($S_2 = 1$) bzw. 135° ($S_2 = -1$). S_3 schließlich misst die Elliptizität des Zustands und liefert $S3 = 1$ für einen rechtszirkularen und $S3 = -1$ für einen linkszirkularen Zustand.

Ist der Satz Stokes-Parameter $\mathbf{S} = (S_0, S_1, S_2, S_3)$ zu einer gegebenen Ansicht bekannt, so ist deren Polarisationszustand vollständig bestimmt. Für vollständig polarisierte Zustände gilt insbesondere:

$$S_0^2 = S_1^2 + S_2^2 + S_3^2 \tag{5}$$

Für *teilpolarisierte* Zustände gilt folglich:

$$S_0^2 > S_1^2 + S_2^2 + S_3^2 \tag{6}$$

Der *Polarisationsgrad* V ergibt sich dann mit:

$$V = \frac{\sqrt{S_1^2 + S_2^2 + S_3^2}}{S_0} \tag{7}$$

Beispiele normierter Sätze von Stokes-Parametern sind: $(1, 0, 0, 0)$: unpolarisiert; $(1, \pm 1, 0, 0)$: vollständig horizontal bzw. vertikal linear polarisiert; $(1, 0, \pm 1, 0)$: vollständig diagonal (45°/135°) linear polarisiert; $(1, 0, 0, \pm 1)$: vollständig rechts- bzw. linkszirkular polarisiert.

Zwischenbemerkung:

Identifiziert man die Parameter S_1, S_2 und S_3 mit kartesischen Koordinaten, so kann 5 auch als Gleichung einer Kugel mit dem Radius S_0 gelesen werden, deren Mittelpunkt im Koordinatenursprung liegt. Jeder vollständig polarisierte Zustand ist dann charakterisierbar durch einen Punkt auf der Kugeloberfläche bzw. durch einen Ursprungsvektor $\mathbf{s} = (S_1, S_2, S_3)$. Die Gesamtheit der teilpolarisierten Zustände ist repräsentiert durch das Kugelinnere, der unpolarisierte Zustand fällt in den Kugelmittelpunkt. In dieser Darstellung der Polarisationszustände auf einem Zustands-Globus nach H. Poincaré [Poi92] wird die Beschreibung optischer Transformationen dadurch gelöst, dass man die Achse findet, um welche der Globus gedreht werden muss, damit der alte Zustand in den neuen übergeht. Das vereinfacht insbesondere die Beschreibung zusammengesetzter Transformationen im Falle mehrerer aufeinander folgender anisotroper Mittel [Jer54, RR61].

Als allgemeine Form des normierten Stokes-Vektors in Polarkoordinaten ergibt sich

$$\mathbf{S} = \begin{pmatrix} 1 \\ \cos 2\phi \cos 2\theta \\ \cos 2\phi \sin 2\theta \\ \sin 2\theta \end{pmatrix}. \tag{8}$$

Der Azimutwinkel θ kennzeichnet die Lage der Polarisationsrichtung. Die Elliptizität des Zustandes wird durch ϕ festgelegt. Auf die physikalische Bedeutung von ϕ gehen wir im nächsten Abschnitt näher ein.

3 Zustandstransformationen

Für die Beschreibung optischer Transformationen mit Stokes-Parametern werden diese als Spaltenvektoren geschrieben. Die Transformation eines Zustands S durch ein optisches Mittel T in den Zustand S' ist nach Mueller durch die lineare Abbildung $T : [0,1]^4 \rightarrow [0,1]^4$ mit $S' = T \cdot S$ definiert, wobei T die nach Mueller benannte 4x4-Matrix ist:

$$\begin{pmatrix} S'_0 \\ S'_1 \\ S'_2 \\ S'_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} t_{11} & t_{12} & t_{13} & t_{14} \\ t_{21} & t_{22} & t_{23} & t_{24} \\ t_{31} & t_{32} & t_{33} & t_{34} \\ t_{41} & t_{42} & t_{43} & t_{44} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{pmatrix} \tag{9}$$

Es gelten die allgemeinen Matrix-Rechenregeln. Jede optische Transformation und damit jedes optische Mittel, das in der Beziehung zu einem gegebenen Polarisationszustand als Zustandstransformator wirkt, lässt sich durch entsprechende Mueller-Matrizen beschreiben. *Homogene* und *inhomogene* Transformatoren unterscheiden sich dadurch, dass erstere in der Anwendung auf den orthogonalen Zustand das Dunkelbild $(0,0,0,0)$ liefern, während letztere jeden beliebigen Ausgangszustand in denselben Endzustand transformieren.

Im Folgenden werden drei der wichtigsten Matrizen-Typen vorgestellt und einige Beispiele einfacher optischer Transformationen gegeben.

- Der ideale *Linearpolarisator*

$$T_L(2\alpha) = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & \cos 2\alpha & 0 & 0 \\ \cos 2\alpha & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sin 2\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sin 2\alpha \end{pmatrix} \tag{10}$$

- Der *Phasentransformator*

$$T(\phi) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos\phi & -\sin\phi \\ 0 & 0 & \sin\phi & \cos\phi \end{pmatrix} \tag{11}$$

ϕ bezeichnet die Phase bzw. Schichtdicke des transformierenden Mittels. Baut man den Transformator beispielsweise aus Schichten gleich orientierter doppelbrechender Folie auf (Frischhaltefolie, Cellophan o.ä.), so kann ϕ auch als Zykluszahl ε angesetzt werden mit

$$\varepsilon = \frac{2\pi n}{n_0} \tag{12}$$

Dabei ist n_0 die Anzahl der Folien, die man benötigt, um einen vollen Zustands-Zyklus zu durchlaufen. Geht man beispielsweise von einem horizontal linear polarisierten Zustand aus und transformiert diesen durch Erhöhen der Schichtenanzahl der doppelbrechenden Folie sukzessive in einen rechtszirkularen Zustand, so stellt das bis dahin benötigte Ensemble an Folien einen $\pi/4$-*Transformator* dar. Verdoppelt man die Schichtenanzahl, so erhält man einen $\pi/2$-*Transformator*. Dieser erzeugt den zum Ausgangszustand orthogonalen, vertikal linear polarisierten Zustand. Dieser bezeichnet die Mitte des Zustands-Zyklus, d.h. eine weitere Verdopplung der Schichtenanzahl auf n_0 liefert wieder den Ausgangszustand. Es zeigt sich, dass die Winkelschrittweite der einzelnen Folie – bezogen auf den Zykluswinkel – eine Funktion der Farbe der untersuchten Ansicht bzw. Leuchte ist [GE01].

- Der *Rotator*

Die Darstellung der Matrizen (10) und (11) ist auf Koordinatenachsen x und y bzw. S_1 und S_2 bezogen. Die Beschreibung der Wirkungsweise beliebig gedrehter Transformatoren $T(\theta)$ erfordert eine Transformation der Koordinaten des Ausgangszustandes auf die

Achsen von $T : S' = M_{Rot}(2\theta) \cdot S$ mit

$$M_{Rot}(2\theta) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos 2\theta & \sin 2\theta & 0 \\ 0 & -\sin 2\theta & \cos 2\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \tag{13}$$

Auf S' wirkt der Transformator T und erzeugt den Zustand $S'' : S'' = T \cdot S' = T \cdot M_{Rot} \cdot S$. Die Rücktransformation der Zustandskoordinaten um $-\theta$ liefert den Endzustand $S''' :$ $S''' = M_{Rot}(-2\theta) \cdot S''$:

$$\begin{aligned} S''' &= [M_{Rot}(-2\theta) \cdot T \cdot M_{Rot}(2\theta)] \cdot S \\ &= M(2\theta) \cdot S \end{aligned} \tag{14}$$

mit

$$M(2\theta) = M_{Rot}(-2\theta) \cdot T \cdot M_{Rot}(2\theta) \tag{15}$$

Mit diesen in Anlehnung an Collett [Col93], Brosseau [Bro98] und Hecht [Hec70] nur skizzenhaft gegebenen Mitteln der von Mueller entwickelten Methode kann die Erzeugung und Transformation der Gesamtheit von partiell und vollständig linear, elliptisch und zirkular polarisierten Zuständen für beliebige Stellungen der transformierenden Mittel beschrieben werden.

4 Beispiele

Zum Abschluss seien Beispiele einfacher optischer Zustandstransformationen gegeben:

1. Diagonaler Linearpolarisator T_{45}, angewendet auf unpolarisierten Zustand S_u:

$$T_{45} \cdot S_u = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}. \tag{16}$$

2. Zum ersten orthogonaler Linearpolarisator T_{135}, angewendet auf den in 1. erzeugten diagonal linear polarisierten Zustand S_{45}:

$$T_{135} \cdot S_{45} = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}. \tag{17}$$

3. Rechts-Zirkularpolarisator T_R, bestehend aus Diagonal-Linearpolarisator T_{45} und $\pi/2$-Phasenschieber $T_{\pi/2} : T_{\pi/2} \cdot T_{45} = T_R$.

$$\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}. \tag{18}$$

   Test von T_R durch Anwendung auf einen unpolarisierten Zustand S_u:

$$T_R \cdot S_u = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}. \tag{19}$$

4. T_R transformiert *jeden* Ausgangszustand in einen rechtszirkularen Zustand:

$$T_R \cdot S = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{pmatrix} = \frac{1}{2}(S_0 + S_2) \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}. \tag{20}$$

5. Der *homogene* Rechts-Zirkularpolarisator erzeugt, angewendet auf einen linkszirkularen Zustand, das Dunkelbild:

$$T_R^{hom} \cdot S_L = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}. \tag{21}$$

5 Schluss

Anknüpfend an einige historische Bemerkungen habe wir skizziert, worin Kriterien einer Phänomenologie der Polarisation gesehen werden können. Hervorgehoben wurde dabei die Bedeutung einer Zustandsdefinition, die sich auf geordnete Beobachtungshandlungen stützt. Das Hauptanliegen war, zu zeigen, inwiefern sich für diesen Ansatz Stokes-Parameter und Mueller-Matrizen als geeignetes Instrument mathematischer Beschreibung ergeben. Dass die mathematische Beschreibung *selbst* einen anderen Charakter bekommt, wenn sie nicht der Hypothesenkonstruktion dient, sondern Strukturmerkmale einer Zustandsmannigfaltigkeit beschreibt, dürfte deutlich geworden sein.

Literatur

[Bor96] Bortoft, H.: *The Wholeness of Nature – Goethe's Way of Science.* New York : Lindisfarne Press, 1996

[Bro98] Brosseau, C. *Fundamentals of Polarized Light. A statistical optics approach.* 1998

[Cha60] Chandrasekhar, S.: *Radiative Transfer.* New York : Dover Publ., 1960

[Col93] Collett, E. *Polarized light – fundamentals and applications.* 1993

[Dus97] Dustmann, F. W. *Die optische Polarisation.* Unveröffentlichtes Manuskript. 1997

[Erb94] Erb, R.: *Optik mit Lichtwegen – Das Fermat-Prinzip als Grundlage für das Verstehen der Optik.* Bochum, Magdeburg : Westarp-Wissenschaften, 1994. – Dissertation

[ES97] Erb, R. ; Schön, L.: Ein Blick in den Spiegel – Einblick in die Optik. In: Fischer, H.E. (Hrsg.): *Handlungs- und kommunikationsorientierter Unterricht in der Sek. II.* Bonn : F. Dümmlers Verlag, 1997

[GE01] Grebe-Ellis, J.: Doppeldrehung und Polarisation. In: *Elemente der Naturwissenschaft* 75 (2001), Nr. 2, S. 13–32

[GE02a] Grebe-Ellis, J.: Zum Haidinger-Büschel. In: Deutsche Physikalische Gesellschaft (Hrsg.): *Didaktik der Physik. Vorträge der Frühjarhstagung der DGP 2002 in Leipzig.*, 2002

[GE02b] Grebe-Ellis, J.: Zur Phänomenologie der Polarisation. In: Brechel, R. (Hrsg.): *Zur Didaktik der Physik und Chemie – Beitrag zur Tagung der GDCP 2001 in Dortmund* Bd. 22. Berlin : Leuchtturm, 2002, S. 254–256

[Goe81] v. Goethe, J. W.: Der Versuch als Vermittler von Objekt und Subjekt. In: *Naturwissenschaftliche Schriften* Bd. 13. München : C.H. Beck, 1981, S. 10–20

[Gre01] Grebe, J.: Vom Polarisationsschatten – Eine phänomenologische Betrachtung. In: *MNU* 54 (2001), Nr. 8, S. 452

[Hec70] Hecht, E.: Note on an Operational Defintion of the Stokes Parameters. In: *American Journal of Physics* 38 (1970), S. 1156

[Huy96] Huygens, Ch.: Abhandlung über das Licht. In: Lommel, E. (Hrsg.): *Ostwalds Klassiker* Bd. 20. Frankfurt am Main : Verlag Harri Deutsch, 1996

[Jer54] Jerrard, H. G.: Transmission of light through birefringent and optically active media: the Poincaré-sphere. In: *Journal of the Optical Society of America* 44 (1954), S. 643–640

[Mai81] Maier, G.: Der Übergang vom Strahlen- zum Feldbegriff I und II. In: *Elemente der Naturwissenschaft* 35 (1981), Nr. 2, S. 26–42

[Mai84] Maier, G.: Der Übergang vom Strahlen- zum Feldbegriff I und II. In: *Elemente der Naturwissenschaft* 40 (1984), S. 42–52

[Mai86] Maier, G.: *Optik der Bilder.* Dürnau : Verlag der Kooperative Dürnau, 1986

[Mue48] Mueller, H.: The Foundations of Optics. In: *Journal of the Optical Society of America* 38 (1948), S. 661

[Poi92] Poincaré, H.: *Théorie Mathematique de la Lumière.* Paris : Gauthiers-Villars, 1892

[RR61] Ramachandran, G. N. ; Ramaseshan, S.: Crystal Optics. In: Flügge, S. (Hrsg.): *Handbuch der Physik.* Berlin : Springer, 1961

[Sch93] Schön, L.: Vom Sehen zur Optik – Ein Curriculum für die Mittel- und Oberstufe. In: Behrendt, H. (Hrsg.): *Zur Didaktik der Chemie und Physik – Vorträge der GDCP-Tagung in Erfurt 1992* Bd. 13. Alsbach : Leuchtturm, 1993, S. 271–273

[Shu62] SHURCLIFF, W. A. *Polarized Light*. 1962

[Sto01] STOKES, G. G.: On the Composition and Resolution of Streams of Polarized Light from different Sources. In: *Mathematical and Physical Papers* 3 (1901), S. 233

[Wei90a] V. WEIZSÄCKER, C. F.: Das Experiment. In: *Zum Weltbild der Physik*. Stuttgart : S. Hirzel, 1990

[Wei90b] V. WEIZSÄCKER, C. F.: Das Verhältnis der Quantenmechanik zur Philosophie Kants. In: *Zum Weltbild der Physik*. Stuttgart : S. Hirzel, 1990

[Wer00] WERNER, J.: *Vom Licht zum Atom: Ein Unterrichtskonzept zur Quantenphysik unter Nutzung des Zeigermodells*. Berlin : Logos-Verlag, 2000. – Dissertation